



DISVE
Pôle Licence

ANNEE UNIVERSITAIRE 2010/2011
SESSION 1 DE PRINTEMPS

Parcours : CPBX, PC écoles
Epreuve : Analyse 2 Code UE : CPI 426
Date : mardi 24 Mai 2011 Heure : 8h30 Durée : 1h30
Lieu : A22, Amphithéâtre Wegener
Documents : Non autorisés.
Epreuve de : **A. Bachelot**



Exercice 1.

- 1 Montrer que l'intégrale

$$\int_2^{\infty} \frac{\sin t}{\ln t} dt$$

est convergente.

- 2 Montrer que cette intégrale n'est pas absolument convergente.

Exercice 2. Etant donné $x \in \mathbb{R}$, on pose

$$f(x) = \int_0^{\infty} \frac{\sin(xt)}{t} e^{-t} dt.$$

- 1 Montrer que $f(x)$ est bien défini.
- 2 Enoncer le théorème de dérivation de Lebesgue d'une intégrale à paramètre. Montrer que $f \in C^1(\mathbb{R})$ et calculer $f'(x)$.
- 3 En déduire la valeur de $f(x)$.

Exercice 3.

A l'aide d'un changement de variables, calculer

$$\iint_D (y-x) dx dy, \quad D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2, -3 \leq y-x \leq 1, \frac{7}{3} \leq y + \frac{x}{3} \leq 5 \right\}$$

Exercice 4.

Etant donnés trois réels strictement positifs a, b, c , on définit

$$K = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, 0 \leq x, 0 \leq y, 0 \leq z, \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1 \right\}.$$

Calculer

$$\iiint_K xyz dx dy dz.$$

Exercice 5.

- 1 Calculer les coefficients de Fourier de la fonction 2π -périodique f définie sur \mathbb{R} , dont la restriction à $[-\pi, \pi[$ est donnée par $f(x) = x^2$.
- 2 Enoncer le théorème de Parseval et le théorème de Dirichlet.
- 3 Calculer les sommes suivantes :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}.$$

FIN