Tests d'hypothèse usuels gaussiens

Exercice 1. *Dans un échantillon de* 197 *pommes, on constate que* 29 *d'entre elles sont abimées. Au niveau de confiance* 95%, *voudriez-vous conclure que* 10% *des pommes sont abimées ?*

Exercice 2. *Un nouveau vaccin contre un certain virus a été testé sur* 147 *individus sélectionnés au hasard. On a constaté que* 61 *d'entre eux étaient encore atteints par la virus. Sans traitement particulier, on sait que le virus atteint une personne sur deux au moins. Voudriez-vous conclure au risque* 5% *que la vaccin a été efficace ? Quelle est la p-valeur du test ?*

Exercice 3. *Un sondage est effectué avant une élection. Sur* 887 *personnes intérogées,* 389 *votent pour le candidat A et* 369 *pour le candidat B.*

1. *Au risque* 5%, *voudriez-vous conclure que le candidat A recevra plus de* 40% *de votes ?*
2. *Au risque* 20%, *voudriez-vous conclure que le candidat B recevra plus de* 40% *des votes ?*

Exercice 4. *On désigne par p la probabilité d'observer un phénotype donné Q sur un individu issu d'un certain croisement. Pour tester l'hypothèse* $p = 9/16$ *contre* $p = 9/15$, *on observe* 2400 *individus. Si le nombre d'individus présentant le phénotype Q est inférieur à* 1395, *on choisit* $p = 9/16$. *Si le nombre d'individus est au contraire supérieur à* 1395, *on choisit* $p = 9/15$. *Justifier le principe de ce test et calculer son niveau.*

Exercice 5. *Une entreprise fabrique des cigarettes ayant une masse moyenne de* 1.2 *g et un écart-type de* 0.07 *g. On admet que l'écart-type est constant dans le temps mais que la masse des cigarettes peut fluctuer. A un moment donné, on prélève au hasard* 30 *cigarettes, leur masse moyenne étant égale à* 1.24 *g. Pensez-vous que la machine est déréglée ? Déterminer la p-valeur du test.*

Exercice 6. *Le tableau suivant donne le résultat du dosage du glucose sanguin, en grammes par litre, effectué sur un lot de 9 lapins :*

1.17	1.16	1.15	1.18	1.19	1.20	1.16	1.20	1.21

On admet que chaque mesure est une variable normale d'espérance μ. Entre quelles limites peut-on situer μ au niveau de confiance 95% *?*

Exercice 7. *Une boisson de consommation courante est vendue en bouteilles d'un litre et contient une certaine quantité X d'un produit qui peut devenir toxique s'il est présent en grande quantité. On admet que X suit une loi normale de moyenne μ et que la boisson est conforme à la réglementation si la valeur de μ ne dépasse pas* 50 *mg/litre. Une association de consommateurs effectue un dosage de X sur un lot de 9 bouteilles et constate les concentrations suivantes en mg/litre :*

60.5	58.5	57.8	56.4	54.7	53.5	49.3	48.2	48.0

Diriez-vous, au niveau d'erreur 5%*, que le fabricant n'a pas respecté la réglementation ? Quelle erreur commettez-vous en affirmant que la réglementation n'est pas respectée ?*

Exercice 8. *On se propose de tester l'effet sur la pression artérielle d'un certain stimulus. On mesure à cet effet la pression artérielle de* 6 *sujets avant et après stimulus. On note par* $(x_k)_{k=1}^{6}$ *la pression avant le stimulus et par* $(y_k)_{k=1}^{6}$ *la pression après. On obtient les résultats suivants,*

sujet	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
$\boldsymbol{x}$	*12.4*	*11.8*	*12.8*	*13.5*	*13*	*12.7*
$\boldsymbol{y}$	*13.1*	*12.7*	*12.5*	*13.7*	*13.2*	*13.5*

On suppose que les mesures d'un sujet à l'autre sont mutuellement indépendantes. Au niveau d'erreur 5 %*, on demande si le stimulus agit sur la pression artérielle.*

Exercice 9. *Un relevé des hauteurs de pins, en mètres, dans deux forêts distinctes donne :*

forêt 1	*17.6*	*21.7*	*21.7*	*22.3*
	23.1	*24.6*	*24.7*	*26.3*

forêt 2	*16.5*	*16.5*	*18.6*	*19.4*
	20.1	*21.7*	*21.8*	*22.5*
	22.9	*23.3*	*23.6*	*24.1*

Pensez-vous que les hauteurs moyennes diffèrent significativement d'une forêt à l'autre ?

Exercice 10. *On traite* 30 *parcelles de terrain identiques avec deux types d'engrais différents. On mesure dans chacun des cas la production moyenne* $\bar{x}$ *et l'écart type* s_{n-1} *de la récolte. Dans les* 15 *premières parcelles, pour un engrais de type* A*, on trouve* $\bar{x}_A = 3.6$ *et* $s_{n-1}(A) = 0.25$ *quintal. Dans les* 15 *autres parcelles, pour un engrais de type* B*, on trouve* $\bar{x}_B = 4.1$ *et* $s_{n-1}(B) = 0.27$ *quintal. On supposera que les rendements sont indépendants d'une parcelle à l'autre et qu'ils suivent des lois normales* $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$*.*

1. *En supposant que les écarts types soient identiques dans les deux cas, on montrera que les rendements ne diffèrent pas significativement d'un engrais à l'autre à* 5 % *près.*
2. *Déterminer la p-valeur du test de comparaison des moyennes.*