



Université Bordeaux 1
Département Licence

Année 2006–2007 24 octobre 2006
SVTE SVT 101
Mathématiques Durée : 1h20
Ph. Thieullen

Remarque : La calculatrice Bordeaux 1 est autorisée. Aucun autres documents n'est autorisé. Les exercices sont indépendants et devront être rédigés sur feuille séparée.

Exercice 1. En appliquant deux fois la méthode d'intégration par partie à $\int \cos(x^2)dx$:

1. Déterminer une primitive de $f(x) = (1 + \frac{4}{3}x^4) \cos(x^2)$.
2. Déterminer la valeur de l'intégrale $\int_0^{\sqrt{\pi}} f(x)dx$.

Exercice 2. On s'intéresse à la croissance des bactéries Bacillus dendroïdes. On appelle y la surface de la colonie en cm^2 et x son âge en jours. On suppose que y est une fonction de x . On suppose que le taux d'accroissement de la surface de la colonie s'écrit

$$(E) \quad \frac{dy}{dx} = y' = y(r - ky)$$

où r est un terme strictement positif constant traduisant l'accroissement par division cellulaire et où $-ky$ est un terme négatif proportionnel à l'effectif des bactéries traduisant la diminution des ressources nutritives (k est une constante strictement positive).

1. Quelle est le degré de cette équation différentielle ?
2. Est-on en présence d'une équation différentielle linéaire ?
3. Montrer que la fonction

$$y(x) = \frac{r/k}{1 + \exp(-rx)}$$

est solution de (E).

4. En prenant $r = 2 \text{ jours}^{-1}$ et $k = 0.4 \text{ jour}^{-1}\text{cm}^{-2}$, déterminer vers quelle valeur la surface $y(x)$ tend si on laisse les bactéries évoluer suffisamment longtemps.

Exercice 3. On considère l'équation différentielle

$$(NH) \quad y'' - 4y = \frac{e^{2x} - e^{-2x}}{2}.$$

1. Déterminer la solution générale de (NH) .
2. Déterminer la solution de (NH) vérifiant $y(0) = 0$ et $y'(0) = 1$.

Exercice 4. Dans un jeu de 52 cartes, vous tirez deux cartes au hasard. Quelle est la probabilité de tirer :

1. au moins un trèfle ?
2. un coeur et un pique ?
3. une paire ?

Exercice 5. Trois personnes, en quittant un théâtre, retirent du vestiaire un manteau parmi les trois derniers manteaux accrochés, sans faire attention s'ils en sont bien les propriétaires. Quelle est la probabilité :

1. Que tous les 3 récupèrent leur manteau ?
2. Qu'un seul exactement récupère son manteau ?
3. Que 2 exactement récupèrent leur manteau ?
4. Qu'aucun des 3 ne récupère son propre manteau ?