

Probabilités-Statistiques TP 4  
Problèmes divers

Rappel : taper `vnc://nom_du_serveur` dans un terminal.

Les sujets et les corrigés des TPs sont mis après séances sur ma page :  
<http://www.math.u-bordeaux1.fr/~chabanol/stat.html>

Avant d'entamer cette feuille, vous devez :

- Avoir simulé des lois discrètes (TP2)
- Avoir simulé une loi par inversion de la fonction de répartition (TP2)
- Avoir simulé une loi continue uniforme par rejet (TP2)
- Avoir mis en évidence la loi forte des grands nombres (TP3)
- Avoir illustré une convergence en loi (TP3)

- (1) On peut aussi observer la convergence en loi de chaînes de Markov. La fonction ci-dessous génère un pas d'une chaîne de Markov sur  $\{1, 2, 3\}$ .

```
function Y = Markov( X )
U=rand(1);
if (X==1) Y=2*(U<1/3) + 3*(U>1/3); end
if (X==2) Y=1*(U<1/3) + 3*(U>1/3); end
if (X==3) Y=1*(U<2/3) + 2*(U>2/3); end
end
```

Écrire la matrice de transition  $A$  de la chaîne. Vérifier (à l'aide de matlab) que  $[0.35 \ 0.25 \ 0.4]$  est une probabilité invariante. Est-ce la seule ?

Prendre un vecteur  $\pi_0$  de votre choix pour la loi initiale (la somme des probabilités doit quand même faire 1!) et utiliser matlab pour calculer  $\pi_n$  pour  $n = 5, 10, 50, 100$  et observer la convergence en loi. Autre mise en évidence par simulation de la chaîne :

Générer un 5000 échantillon de la chaîne à l'instant 1000 (en partant de l'état initial que vous voulez), et mettre en évidence la convergence en loi vers la loi invariante.

- (2) Écrire une fonction **Intconf** qui prend en paramètre un échantillon  $X$  de loi inconnue et un réel  $a$  et fournit un intervalle de confiance asymptotique pour l'espérance  $E[X]$  de risque  $a$  (on peut utiliser la fonction **qnorm**)

Utiliser votre fonction avec un échantillon généré selon une loi normale centrée réduite. L'intervalle de confiance au risque 0.1 contient-il la vraie espérance ?

Recommencer 20 fois cette expérience. Combien de fois l'intervalle de confiance obtenu au risque 0.1 contient-il la vraie espérance ?

Question subsidiaire : le nombre obtenu à la question précédente est aléatoire. Quelle est sa loi ?

Question subsidiaire : Prendre un échantillon fixé et tracer l'intervalle de confiance obtenu pour son espérance au risque  $a$  en fonction de  $a$ .

- (3) On cherche à estimer la probabilité d'un événement. Pour cela on répète l'expérience de façon identique et indépendante et on compte le nombre de fois où l'événement s'est produit. Écrire une fonction **Intconfp** qui prend en paramètre le nombre d'expériences, le nombre de fois où l'événement s'est produit et un réel  $a$ , et fournit une estimation de la probabilité ainsi qu'un intervalle de confiance asymptotique pour la probabilité de risque  $a$  (on peut utiliser la fonction **qnorm**)

Vous pouvez utiliser cette fonction pour faire un certain nombre d'exercices de la feuille de TD.

Question subsidiaire : écrire une fonction qui prend en paramètre le nombre de personnes interrogées dans un sondage, le nombre de celles qui déclarent voter pour  $A$ , et fournit une estimation du score de  $A$  le jour de l'élection ainsi que le risque limite jusqu'auquel 50% n'est pas dans l'intervalle de confiance asymptotique pour son score.