

Modèles bruités avec bruit inconnu ou partiellement connu

Session organisée par **Claire Lacour**

On étudie souvent en statistiques des modèles bruités, le plus simple étant le modèle de convolution suivant : $Y_i = X_i + \varepsilon_i, i = 1, \dots, n$ où l'on observe seulement Y_1, \dots, Y_n mais c'est sur le signal X_i qu'on cherche des informations. Ici ε_i désigne un bruit, typiquement une erreur de mesure. De très nombreux travaux existent sur les problèmes inverses, mais on considère en général que la loi du bruit est entièrement connue. Or, en pratique, cette connaissance est souvent très irréaliste. On s'intéresse dans cette session à l'étude de modèles bruités mais pour lesquels on ne suppose pas une connaissance parfaite de la loi du bruit, ce qui rend leur étude plus difficile. Pour des raisons d'identifiabilité, il est néanmoins nécessaire d'avoir une connaissance partielle du bruit. Par exemple, certains modèles supposent que c'est seulement la variance du bruit qui est inconnue, ou bien qu'on dispose d'observations supplémentaires du bruit seul, ou encore que l'on a accès à une approximation de la loi du bruit.

Adresse de l'organisateur :

Claire LACOUR
Laboratoire de Mathématiques d'Orsay
Bât 425, Faculté des sciences
Université Paris-Sud 11
91405 Orsay Cedex
E-mail : claire.lacour@math.u-psud.fr
<<http://www.math.u-psud.fr/~lacour>>

Session : Modèles bruités avec bruit inconnu ou partiellement connu

Modèles de convolution semi-paramétriques

par **Catherine Matias**

Les modèles de convolution permettent l'estimation de la densité de variables aléatoires non directement observées, et dont on observe plus précisément la somme avec un bruit indépendant. L'analyse classique de ces modèles se fait dans un cadre non paramétrique et suppose la densité du bruit entièrement connue. Pour des raisons d'identifiabilité du modèle, il n'est en effet pas possible de supposer inconnues à la fois cette densité du bruit et celle des variables d'intérêt. Cependant, un certain nombre de contextes semi-paramétriques, où la densité du bruit n'est connue qu'à un paramètre près (ex d'échelle, de régularité) permettent de conserver l'identifiabilité des paramètres et d'assouplir les hypothèses faites sur la densité du bruit. Dans ce cadre, l'étude des vitesses minimax d'estimation ou de tests d'adéquation de la densité d'intérêt révèle des phénomènes intéressants, avec des vitesses qui sont parfois fortement dégradées (bien qu'optimales au sens du critère minimax) par la présence du paramètre de nuisance. Nous illustrerons ces phénomènes dans différents modèles de convolution semi-paramétrique.

Adresse :

Catherine MATIAS
CNRS-Statistique & Génome
523 Place des Terrasses
91000 Evry
E-mail : catherine.matias@genopole.cnrs.fr
<<http://stat.genopole.cnrs.fr/~cmatias>>

Session : Modèles bruités avec bruit inconnu ou partiellement connu

Déconvolution localisée sur la sphère

par Gérard Kerkyacharian, **Thanh Mai Pham Ngoc** et Dominique Picard

Nous étudions le problème de la déconvolution sur la sphère dont de nombreuses applications se trouvent en astrophysique et en médecine. Nous cherchons plus précisément à estimer la densité des variables aléatoires X_i à valeur sur la sphère \mathbb{S}^2 à partir d'observations Z_i dans le modèle bruité suivant :

$$Z_i = \varepsilon_i X_i,$$

avec $X_i, Z_i \in \mathbb{S}^2$ i.i.d et les $\varepsilon_i \in SO(3)$ sont i.i.d. Le bruit ε_i est indépendant de X_i . Ce modèle peut donc être interprété de la façon suivante : chaque X_i est perturbé par une rotation aléatoire. Si le modèle avec bruit connu a été traité d'un point de vue théorique par Kim et Koo (1998), (2002), le modèle avec bruit inconnu constitue un véritable enjeu d'un point de vue pratique puisque les astrophysiciens ne connaissent pas la forme du bruit qui perturbe leurs observations. Aussi, proposerons-nous en pratique une modélisation du bruit qui s'adapte bien à cette inconnue.

Adresses :

Gérard KERKYACHARIAN
Laboratoire de Probabilités et Modèles aléatoires
Université Paris 7
2 place Jussieu
75251 Paris Cedex 05
E-mail : kerk@math.jussieu.fr

Thanh Mai PHAM NGOC
Laboratoire de Probabilités et Modèles aléatoires
Université Paris 7
2 place Jussieu
75251 Paris Cedex 05
E-mail : thanh.pham_ngoc@upmc.fr
<http://www.proba.jussieu.fr/~pham_ngoc/>

Session : Modèles bruités avec bruit inconnu ou partiellement connu

Journées MAS 2010, Bordeaux

Dominique PICARD

Laboratoire de Probabilités et Modèles aléatoires

Université Paris 7

2 place Jussieu

75251 Paris Cedex 05

E-mail : picard@math.jussieu.fr

Session : Modèles bruités avec bruit inconnu ou partiellement connu

Session : Modèles bruités avec bruit inconnu ou partiellement connu

Estimation de la densité des erreurs et test d'ajustement pour des modèles autorégressifs fonctionnels

par **Nadine Hilgert** et Bruno Portier

Le cadre de travail est celui des modèles autorégressifs fonctionnels de la forme générale $X_n = f(X_{n-1}) + \varepsilon_n$, où $X_n \in \mathbb{R}^d$ est observé, f est une fonction inconnue et (ε_n) est un bruit blanc dont la loi de probabilité possède une densité p inconnue. L'objectif est d'obtenir un estimateur de p ayant de bonnes propriétés statistiques qui permettent son utilisation dans un test d'ajustement de la loi de (ε_n) à une loi donnée. Nous introduisons pour cela un estimateur non paramétrique de p , construit à partir d'un estimateur à noyau de f .

Ce type de modèles apparaît dans de nombreux domaines appliqués, en particulier pour modéliser l'évolution temporelle de procédés biotechnologiques. La fonction f inconnue représente alors le taux de croissance de microorganismes. Dans une perspective de surveillance des procédés (détection d'un changement de modèle), il est important de connaître la densité du bruit pour mettre en œuvre des procédures de type CUSUM (*règle des sommes cumulées*) approchées. Celles-ci sont basées sur des rapports de vraisemblance dont les calculs sont simplifiés dans le cas d'un bruit gaussien.

Adresses :

Nadine HILGERT

UMR MISTEA (ex UMR ASB)

INRA - SUPAGRO

2 place Viala, Bât. 29

34060 Montpellier Cedex 1

E-mail : hilgert@supagro.inra.fr

<http://www1.montpellier.inra.fr/umr_asb/umr.php?page=hilgert>

Bruno PORTIER

Département Génie Mathématiques

INSA de Rouen

BP 08 - Avenue de l'Université

76800 Saint-Etienne du Rouvray

E-mail : bruno.portier@insa-rouen.fr

Session : Modèles bruités avec bruit inconnu ou partiellement connu