Institut de Mathématiques de Bordeaux
EDP et Physique mathématique
Bilan de l'équipe du 1er janvier 2009 au 30 juin 2014

1. Présentation de l'équipe

1.1. **Composition.** ***10+2*** *Membres permanents* : **3 professeurs** (Alain Bachelot, Mouez Dimassi (2011), Marius-Georghe Païcu (2010)), **2 professeurs émérites** (Guy Métivier (2013), Vesselin Petkov (2011)), **4 maîtres de conférences** (Denise Aregba (HDR) 50%, Agnès Bachelot, Vincent Bruneau (HDR), Rafik Imekraz (2012)), **1 CR CNRS** (Jean-François Bony), **2 postes ouverts** 1PR+1MdC (arrivée en septembre 2014).

Membres non permanents : **3 Doctorants** (Assal Marouane, Francesco De Anna, Sbai Youssef (+ Wided Boujlida, Tunis)), **5 Thèses soutenues** (Rida Jizzini (2013), Mohamed Kanso (2012), Yavar Kian (2010, MdC, Toulon), Alice Marcou (2011), Diomba Sambou (2013, ATER, Bordeaux), **1 HDR soutenue** (Jérémy Faupin en 2012). Par ailleurs des doctorants de M. Dimassi et M. Païcu ont soutenu des thèses hors Bordeaux (Olivier Coulaud, Paris 11, 2013 ; Jingchi Huang, Beijing, 2013 ; Ahn-Tuan Duong, Paris 13, 2013). **8 invités longue durée** (F. Colombini, A. Fedotov, C. Lefter, P. Miranda, G. Raikov, V. Rousse, I. Sigal, M. Usman).

Collaborations **internationales** : Allemagne (V. Bach, M. Effendiev), Australie (L. Stoyanov), Canada (W. Abou Salem, I. Sigal), Chili (C. Fernandez, P. Miranda, G. Raikov), Chine (Ping Zhang), Danemark (J.S. Möller, E. Skibsted), Inde (S. Agarwal), Italie (E. Bernardi, A. Bove, F.Colombini, D. Del Santo, F. Fanelli, R. Natalini), Japon (S. Fujiié), Pologne (P. Mucha), Suisse (J. Fröhlich), Tunisie (K. Ammari), USA (J.H. Adler, T. Chen, J. Rauch, M. Williams, K. Zumbrum, L.T. Zikatanov) ; **nationales** : L. Amour, W. Aschbacher, J-M. Barbaroux, A. Borichev, D. Bresch, J. Breil, Ph. Briet, N. Burq, J-Y. Chemin, R. Danchin, I. Gallagher, B. Grébert, O. Gues, J-C. Guillot, F. Hérau, S. Labbé, L. Michel, N. Popoff, C. Prieur, T. Ramond, T. Raoux, G. Raugel, D. Robert, D. Sentis, J. Sjöstrand, B. Teixier, L. Thomann, E. Trélat, M. Zerzeri, **et au sein de l'IMB** : B. Bercu, S. Brull, B. Dubroca, P. Fabrie.

1.2. **Mouvements.** ***6*** *Départs durant la période 2009–2014* : **3 départs par promotion Professeur (3)** : Gilles Carbou (2011, Pau), Jérémy Faupin (2013, Metz), Dietrich Häfner (2009, Grenoble). **3 départs à la retraite** : B. Hanouzet (Pr Em-2012), Guy Métivier (2013), Vesselin Petkov (2011). **3 recrutements** (Mouez Dimassi (2011), Rafik Imekraz (2012), Marius-Georghe Païcu (2010)). On note de plus **une promotion Maître de conférences** d'un doctorant (Yavar Kian).

1.3. **Faits marquants.** Les postes vacants ont pu être conservés. Un emploi CR CNRS a disparu. On prévoit l'arrivée en septembre 2014 d'un DR CNRS (David Lannes), du PR et du MDC choisis par les comités de sélection d'avril 2014.

2. Bilan de l'activité scientifique

2.1. **Thèmes de recherche.** Les travaux de l'équipe portent sur l'analyse fine d'équations aux dérivées partielles issues de la physique. Ces modèles possèdent souvent un paramètre (temps, constante de Planck, paramètre d'échelle, etc.) par rapport auquel on étudie le comportement asymptotique précis des solutions. Les outils mathématiques sont très variés, et à côté des méthodes spécifiques aux EDP (analyse microlocale et semiclassique) et des grands domaines de l'analyse (analyse complexe, théorie spectrale, analyse harmonique, systèmes dynamiques,...) il est parfois nécessaire de fréquenter d'autres spécialités telles que la géométrie, les probabilités, l'approximation numérique et même la théorie des nombres. Les résultats présentés ci-dessous sont regroupés en trois thèmes : 1) Problèmes linéaires, 2) EDP non linéaires ; ces deux premiers points regroupent la très grande majorité des contributions, et ont des points communs tels que l'emploi de l'analyse microlocale ou de l'analyse spectrale ; 3) Incursions aléatoires ; des chercheurs ont eu l'occasion d'appliquer leurs techniques à des questions probabilistes : larges déviations, ergodicité, marche aléatoire, séries aléatoires.

2.1.1. **Problèmes linéaires.** A. Bachelot (Pr), Ag. Bachelot (MdC), J-F. Bony (CR), M. Dimassi (Pr), V. Bruneau (MdC HDR), V. Petkov (Pr Em.), *J. Faupin (MdC HDR)*, *D. Häfner (CR HDR)*, *Doctorants : Y. Kian, A. Marouane, D. Sambou, S. Youssef.*

Le fil rouge est l'opérateur de Laplace-Beltrami. Dans le cas riemannien les chercheurs s'intéressent aux perturbations du laplacien, souvent par un champ magnétique, et utilisent les techniques raffinées de l'analyse semi-classique pour obtenir des résultats asymptotiques précis (comptage de valeurs propres ou de résonances,...) ; un des paramètres souvent pris en compte est la constante de Planck "qui tend vers zéro". Les applications sont la mécanique quantique et l'électromagnétisme. Dans le cas lorentzien, on étudie le comportement en temps grand de solutions de l'équation des ondes sur des variétés. Le champ d'application est la relativité générale. Un concept commun à ces deux cas est la notion de résonance.

Résonances. L'étude de ces singularités du prolongement méromorphe du résolvant est largement partagée : elle se retrouve aussi dans d'autres thèmes (*Hamiltoniens quantiques magnétiques, Electrodynamique quantique, Ondes en Relativité Générale*).
J-F. Bony a étudié diverses propriétés spectrales et dynamiques des opérateurs de Schrödinger semi-classiques au sommet du potentiel. Il a borné polynomialement la résolvante tronquée, décrit le projecteur spectral associé à une résonance, calculé le résidu de l'amplitude de diffusion et établi une représentation en temps long du propagateur en terme des résonances. L'ingrédient principal est ici un travail sur le problème microlocal près d'un point fixe hyperbolique.
J-F. Bony et V. Bruneau ont décrit les résonances générées par un potentiel électrique et un champ magnétique constant (localisation aux niveaux de Landau et asymptotique de la fonction de comptage) en établissant un résultat abstrait concernant la distributions de singularités de fonctions holomorphes à valeur opérateurs non-autoadjoints. Des résultats analogues ont été obtenus par D. Sambou pour des opérateurs de Pauli et de Dirac.
J-F. Bony et V. Petkov [**?**] ont comparé la norme de la résolvante tronquée dans des couronnes et dans des boules et ont prouvé que les états résonnants associés à des résonances loin de l'axe réel ne peuvent pas être localisés.
M. Dimassi a considéré une perturbation lentement variable d'un opérateur de Schrödinger avec potentiel périodique et a estimé le nombre de résonances dans un h-voisinage d'une énergie donnée.
V. Petkov et L. Stoyanov [**?**] ont infirmé une conjecture liant d'une part la décroissance de l'énergie locale des ondes à l'extérieur de plusieurs obstacles convexe, *i.e.* l'existence d'une bande sans résonance, et d'autre part l'absisse de la convergence absolue de la fonction Zéta dynamique.

Diffusion. La comparaison entre deux hamiltoniens se retrouve aussi dans d'autres thèmes.
M. Dimassi a étudié des hamiltoniens quantiques $Q(h) = Q(x, hx, D_x)$ qui dépendent d'un petit paramètre semi-classique h (ou d'une grande constante de couplage $\mu = h^{-1}$) provenant de la physique du solide. Il a développé des méthodes stationnaires pour étudier des problèmes tels que les résonances, les formules de trace, formule de Weyl avec reste optimal, etc. pour les hamiltoniens $Q(h)$.
M. Dimassi s'est intéressé au problème du contrôle pour un modèle de réseaux de poutres d'Euler-Bernoulli. En étudiant le spectre de l'hamiltonien, il a obtenu le taux optimal de décroissance de l'énergie des solutions du système dissipatif associé du type Petrowski.
Récemment, M. Dimassi et V. Petkov [**?**] ont considéré un problème de transmission dans $\mathbb{R}^n$ et obtenu une majoration de la fonction de comptage des valeurs propres intérieures complexes de

transmission.

Electrodynamique quantique non relativiste. Le thème était essentiellement porté par J. Faupin qui a obtenu de nombreux résultats.
Dans le cadre de QED non relativiste, J. Faupin a étudiée la masse renormalisée d'un électron dans un potentiel lentement variable. Il montré l'unicité de l'état fondamental de l'hamiltonien de Pauli-Fierz décrivant l'atome d'hydrogène. Il a considéré le modèle standard des photons couplés à un électron et un noyau et a étudié la multiplicité de l'état fondamental. Il a développé la théorie des résonances quantiques pour le modèle standard des la QED et le modèle de Nelson. En particulier il a estimé la probabilité de persistance des états métastables et donné une définition générale des résonances quantiques pour des systèmes couplés à des champs sans masse. Il a considéré l'électron non-relativiste couplé à un champ magnétique classique et établi une condition pour que le hamiltonien réduit admette un état fondamental dans la représentation de Fock.
La théorie de Mourre est un outil privilégié de J. Faupin : il a établi un principe d'absorption limite pour le modèle de l'électron habillé ; il a étudié le spectre de l'hamiltonien pour la désintégration faible des bosons de jauge W ; il a développé une théorie de perturbation du second ordre pour les valeurs propres injectées d'une classe abstraite d'opérateurs auto-adjoints et en a dérivé la règle d'or de Fermi pour des hamiltoniens de Pauli-Fierz sans masse et couplage arbitraire.
J.F. Bony et J. Faupin ont décrit la décroissance de l'énergie locale et la régularité de la résolvante à basse énergie pour le modèle standard de l'électrodynamique quantique. Ils ont également obtenu des estimations de vitesse maximale pour des photons de masse nulle en suivant la méthode de propagation de Sigal et Soffer.

Hamiltoniens quantiques magnétiques. Il s'agit notamment d'étudier l'accumulation de valeurs propres ou de résonances près de seuils de Landau.
V. Bruneau s'est intéressé à l'effet Hall quantique dû à des phénomènes de bord. Il a étudié la distribution des valeurs propres pour ces modèles. La présence d'un bord (ou d'un potentiel barrière) rompt certaines invariances par translation et amène à étudier des opérateurs fibrés. L'analyse spectrale nécessite alors une étude fine des fibres qui contribuent au bas du spectre essentiel. On obtient que les perturbations par un potentiel électrique à support compact de l'opérateur de Schrödinger magnétique dans le demi-plan (avec condition de Dirichlet) crée un nombre infini de valeurs propres négatives. L'ordre de la fonction de comptage est déterminé, mais pas l'asymptotique. Le cas des perturbations par un potentiel barrière dépend de la localisation de la perturbation à support compact, mais donne des phénomènes similaires au cas du demi-plan avec condition de Dirichlet.
V. Bruneau s'intéresse à la même problématique pour les perturbations d'un opérateur de Schrödinger en présence d'un champ magnétique créé par un fil infini traversé par un courant constant. La difficulté mathématique est que le bas du spectre essentiel de l'opérateur magnétique est régi par une infinité de fibres qui atteignent leur minimum à l'infini. Il obtient des critères donnant une infinité ou un nombre fini de valeurs propres négatives.
M. Dimassi a considéré l'opérateur de Schrödinger magnétique 2D perturbé par un potentiel $V(x, y)$. Il s'est intéressé à la limite semi-classique quand $V = W(hx, hy)$ et à la limite de grande constante de couplage quand $V = h^{-\delta}W(x, y)$. Il a obtenu des formules de traces sous forme de développement complet en puissance de h^2 ainsi que des asymptotiques de Weyl avec reste optimal pour la fonction de comptage des valeurs propres. Jusqu'à présent seul l'ordre du premier terme était connu (sans estimation du reste).
Les travaux sur le comptage des résonances cités plus haut viennent confirmer des simulations numériques réalisées par des physiciens et sont à compter parmi les rares résultats d'asymptotiques de fonctions comptage de résonances. Les études de valeurs propres en présence de différents types de champs magnétiques concernent un grand nombre de phénomènes physique dont les étudent mathématiques sont difficiles et assez récentes (par exemple, de nombreuses questions demeurent

pour les problèmes périodiques en physique cristalline).

Ondes, Relativité Générale. En relativité générale on étudie la propagation des ondes gravitationnelles dans trois types de modèles cosmologiques : les espaces-temps asymptotiquement euclidiens, les univers branes, les univers chiffonnés.
F. Colombini, V. Petkov et J. Rauch [?] ont montré l'existence de solutions de l'équation des ondes avec un potentiel périodique en temps dont l'énergie locale croît exponentiellement. E. Bernardi, A. Bove et V. Petkov [?] ont étudié des opérateurs effectivement hyperboliques à caractéristiques triples de multiplicité variable. Ils ont résolu pour une classe d'oprateurs une conjecture d'Ivrii sur le caractère bien posé du problème de Cauchy sans condition sur les termes d'ordre inférieur.
J.F. Bony et D. Häfner ont étudié le comportement basses fréquences d'opérateurs dépendant d'une métrique asymptotiquement plate. En utilisant la théorie de Mourre, ils ont établi des estimations de type Keel, Smith et Sogge pour l'équation des ondes linéaires puis l'existence en temps long des solutions à données petites d'équations semi-linéaires. Ils ont aussi obtenu des estimations à basse énergie de résolvantes à poids et prouvé la décroissance de l'énergie locale pour des perturbations métriques de longue portée.
La cosmologie des cordes à basse énergie décrit notre monde comme une "membrane". A. Bachelot considère des modèles de cosmologie branaire où l'univers observable est une membrane dans un espace Anti-de Sitter (AdS) de dimension 5. Il a montré la stabilité linéaire d'une brane de Minkowski de pression positive en obtenant des estimations dispersives et de Strichartz, la complétude asymptotique des opérateurs d'ondes, la répartition des résonances sur la surface de Riemann du logarithme [?]. Il a aussi étudié la brane de pression négative, le rôle du bord de AdS et la décomposition des champs en tour de Kaluza-Klein [?]. AdS n'étant pas globalement hyperbolique, A. Bachelot a construit de nouvelles dynamiques qui justifient le principe holographique [?]. La méthode repose sur la construction d'extensions autoadjointes du laplacien avec une perturbation super-singulière en dimension 9. Concernant les branes mouvantes, A. Bachelot a étudié les fluctuations gravitationnelles au voisinage d'une brane de De Sitter dont il a montré la stabilité linéaire [?]. La stratégie repose sur une étude spectrale complète de l'hamiltonien et le calcul explicite des profils asymptotiques dans l'espace de De Sitter.
La structure des fluctuations du fond cosmologique diffus a été relié à la topologie de l'univers par J.P. Luminet *et alii*. Ag. Bachelot a calculé les ondes se propageant sur des modèles de topologie cosmique de type $\mathbb{R}_t \times V/G$. Les résultats sont validés par le calcul du spectre du laplacien basé sur l'analyse spectrale des ondes transitoires. Quand V/G est la surface compacte de courbure constante négative et de genre deux, elle a développé une approche variationnelle par éléments finis invariants par le groupe Fuchsien et a testé la décroissance de l'énergie due à un amortissement local et l'ergodicité du flot géodésique [?]. Quand V/G est la sphère d'homologie de Poincaré elle a écrit un code de résolution 3D+1 du problème mixte posé sur le domaine fondamental déterminé par la représentation quaternionique, en utilisant des éléments finis invariants par le groupe icosahédral binaire [?].

2.1.2. **EDP non linéaires.** D. Aregba (MdC HDR), *G. Carbou (MdC HDR)*, B. Hanouzet, R. Imekraz (MdC), G. Métivier (Pr), M. Païcu (Pr), *Doctorants : F. De Anna, R. Jizzini, M. Kanso, A. Marcou.* Des points communs à ces travaux sont la nécessité d'une analyse fine (harmonique, microlocale) dans un cadre fonctionnel adapté aux non linearités, les questions de régularité des solutions, la présence d'un paramètre crucial (taille de la donnée, paramètre d'échelle, de relaxation, etc.).

Hyperbolique nonlinéaire. Si les EDP hyperboliques non linéaires sont dé jà présentes dans des applications vues dans d'autres sections, il y a un enjeu important à continuer à développer une théorie générale, notamment pour comprendre les mécanismes de stabilité et d'instabilité ou de propagation, qui sont essentiels dans un point de vue physique. C'est le cas pour l'analyse des conditions minimales de régularités des coefficients, qui sont liées à des critères d'apparition de singularité ou d'explosion dans les problèmes non linéaires (Collaboration G.Métivier-F.Colombini *et alii*). Une autre problématique motivée par la mécanique des fluides ou la MHD, est celle de la stabilité/instabilité des couches limites créées par une très faible viscosité. Il s'agit d'un problème de limite singulière et de transition parabolique/hyperbolique ou diffusion/propagation d'ondes. L'analyse mathématique (O.Gues, G.Métivier, M.Williams, K.Zumbrum) vise en particulier à valider le critère de stabilité par ondes planes puis à vérifier ce critère. Le dernier cas traité est celui des conditions aux limites partiellement de type Neumann, quand le problème hyperbolique limite fait lui même intervenir des conditions de type Neumann. Des problèmes similaires se posent quand on utilise une description cinétique des phénomènes. Dans cette direction, (G. Métivier, B.Texier, K.Zumbrum) l'existence de profils de chocs dans les systèmes de relaxation quasilinéaires a été justifiée mathématiquement et ont été obtenues des estimations précises du taux de décroissance et de l'écart avec l'approximation de Chapman Enskog. Par ailleurs, la théorie classique des problèmes hyperboliques, bien que développée, ne permet néanmoins pas de traiter tous les cas physiquement intéressants, notamment dans le cas de croisements de modes (variété caractéristique ou relation de dispersion singulières). G. Métivier est revenu sur l'analyse classique du problème de Cauchy dans L^2 pour les systèmes hyperboliques, en montrant l'importance de la régularité du symétriseur microlocal et faisant le lien entre plusieurs notions classiques de symétrisation. Un travail en cours porte sur une étude analogue pour les problèmes aux limites.

Equation semilinéaire de Klein-Gordon sur une variété compacte. Ce domaine s'inscrit dans un programme très général qui étudie l'influence de la géométrie, et donc du spectre de l'opérateur de Laplace-Beltrami, sur le comportement des solutions. Des cas où la variété est $\mathbb{R}^N$ sont présentés dans le thèmes *"Ondes en relativité générale"*.
Lorsque la nonlinéarité est polynomiale d'ordre $n \in \mathbb{N}\backslash\{0,1\}$, on peut s'intéresser à la stabilité de la solution nulle au sens suivant : pour une donnée de Cauchy de taille ε dans les espaces de Sobolev à grande régularité, quel est le plus grand temps $T(\varepsilon)$ sur lequel la solution reste bornée par $K\varepsilon$?

Un argument de point fixe montre que $T(\varepsilon) \geq \varepsilon^{-n}$. Sur la variété $\mathbb{S}^1$, Bourgain a initié une méthode en 1996 d'itération de forme normale qui permet de pousser le temps d'existence jusqu'à $T(\varepsilon) \geq C(A)\varepsilon^{-An}$ pour tout $A > 1$. Plus tard, les travaux conjoints de Bambusi, Delort, Grébert et Szeftel ont permis d'étendre le résultat précédent aux variétés compactes dont le flot géodésique est périodique (sphères et variétés de Zoll). L'opérateur de Laplace-Beltrami sur ces variétés a de très bonnes propriétés de séparation. Un article de R. Imekraz prolonge cette étude dans le cadre de la théorie pseudo-différentielle de Boutet de Monvel et Guillemin sur les structures de Toeplitz.

Delort puis Fang et Zang ont proposé une nouvelle méthode pour aborder les variétés compactes qui ne vérifient pas la propriété géométrique de périodicité du flot géodésique, et donc dont le spectre est a priori mal séparé. Ainsi, pour le tore $\mathbb{T}^2$ cette méthode permet d'atteindre un temps $T(\varepsilon) \geq C(A)\varepsilon^{-An}$ pour un nombre $A > 1$ explicite. Ce résultat est moins bon que pour les variétés de Zoll mais constitue un prolongement non trivial du temps d'existence locale ε^{-n}. R. Imekraz a montré que l'on pouvait en fait traiter toutes les variétés dont le spectre est inclus dans $\rho\mathbb{Z}$ pour un réel $\rho \neq 0$, par exemple les variétés compactes dont l'action du flot géodésique agit de manière transitive (tous produits de sphères ou de groupe de Lie par exemple).

Une question naturelle, mais très peu étudiée dans la littérature, est l'examen de telles problématiques sur des tores irrationnels comme $\mathbb{S}^1 \times \sqrt[3]{2}\mathbb{S}^1$ dont le spectre est très mal séparé. Sur cette variété, R. Imekraz étudie l'équation des poutres qui est très similaire à l'équation de Klein-Gordon mais qui possède un léger effet régularisant. La méthode utilise les arguments de Zang mais aussi des résultats fins d'approximation diophantienne (à savoir le théorème de Roth) pour contrôler la séparation des valeurs propres.

Mécanique des fluides. Le thème concerne l'analyse d'équations de la mécanique des fluides, Navier-Stokes, Euler, Boussinesq, et autres modèles de fluides complexes. La résolution des équations de la mécanique des fluides pour des données arbitraires fait partie de l'un des sept Problèmes du Millénaire proposés par la Fondation Clay. On s'intéresse à la résolution globale en temps ces équations pour des classes de données initiales qui vont au-delà du cadre habituel des "données petites", ainsi qu'au comportement asymptotique des solutions par rapport à des petits paramètres physiques. Nous travaillons sur la limite des fluides faiblement compressibles, les fluides géophysiques (fluides en rotation rapide, fluides anisotropes, fluides stratifiés), les mélanges des fluides (à densité variables), les fluides complexes (cristaux liquides, polymères).
G. Métivier a étudié le système d'Euler incompressible. Il a établi une dérivation rigoureuse des limites anélastiques des équations d'Euler en montrant l'existence et l'unicité de solutions locales régulières uniformément bornées quand le nombre de Mach tend vers zéro.
En 19 articles, M. Païcu établit de nombreux résultats sur le problème de Cauchy et les propriétés qualitatives des solutions en développant des techniques fines d'analyse harmonique dans des espaces fonctionnels adaptés. Il a ainsi démontré en collaboration avec J.-Y. Chemin et I. Gallagher, l'existence de solutions globales de Navier-Stokes à données grandes et "mal préparées" en utilisant la structure particulière de l'équation et la mise en oeuvre d'une méthode de type Cauchy-Kovalevsky globale. Il a montré que le problème de Cauchy pour l'équation de Navier-Stokes anisotrope est bien posé dans un espace critique et a appliqué ce résultat au cas de fluides anisotropes en rotation rapide. Il s'est intéressé à l'existence globale et à l'unicité dans des espaces de Besov d'exposant négatif, pour des fluides inhomogènes et a traité aussi le cas du mélange des fluides non miscibles avec densité bornée. Il a établi l'existence globale de solutions pour le système de Boussinesq qui décrit le phénomène de convection dans un fluide incompressible et visqueux. M. Païcu a considéré des modèles de fluides non-newtoniens de type différentiels, de cristaux liquides et de polymères pour lesquels il a obtenu des résultats de régularité et d'existence globale. M. Païcu s'est intéressé à la relaxation hyperbolique des équations de Navier-Stokes. Il obtient l'existence globale en utilisant les inégalités de de dispersion Strichartz.

Electromagnétisme non linéaire. G. Métivier a achevé l'étude du modèle de Boyd-Kadomstev décrivant l'interaction entre une onde laser pompe, l'onde rétrodiffusée et une onde acoustique plasma (Effet Brillouin). L'objet était de comprendre un comportement de type "vitesse de la lumière infinie" pour prendre en compte la différence d'échelle entre la vitesse de propagation des ondes laser et celle de l'onde acoustique.
D. Aregba, G. Carbou et B. Hanouzet ont étudié les systèmes de Kerr et Kerr-Debye intervenant dans la modélisation de la propagation des ondes électromagnétiques dans des matériaux non linéaires. Le premier est un système hyperbolique de lois de conservation dont les valeurs propres sont de multiplicité variable. Le second est un système de relaxation pour le premier, dont tous les champs sont linéairement dégénérés.
D. Aregba et B. Hanouzet se sont intéressés aux solutions faibles de ce système et ont étudié les chocs de Kerr et les profils de chocs associés de Kerr-Debye [**?**]. Puis D. Aregba a déterminé la solution du problème de Riemann pour le système de Kerr tridimensionnel et construit le schéma de Godunov [**?**], [**?**]. Dans sa thèse soutenue en 2012, M. Kanso s'intéressait aux aspects théoriques et numériques de ces modèles. Les résultats obtenus sont en accord avec les travaux des physiciens.
G. Carbou a étudié de nombreux problèmes en ferromagnétisme. Il a prouvé la stabilité des profils de murs statiques pour l'équation de Landau-Lifschitz. Avec P. Fabrie, il a démontré l'existence globale en temps de solutions faibles pour ce système avec magnétostriction et décrit l'ensemble Ω-limite d'une solution. Il a étudié la stabilité et la contrôlabilité, par un champ magnétique externe, d'un réseau unidimensionnel de particules ferromagnétiques.

2.1.3. **Incursions aléatoires.** Cette section présente quatre résultats dans le domaine probabiliste.
J.F. Bony, V. Bruneau et B. Bercu ont étudié par des méthodes d'analyse semi-classique, le comportement du spectre de produits de matrices de Toeplitz lorsque la taille de la matrice tend vers l'infini (le paramètre semi-classique est l'inverse de la taille). De ce résultat ils déduisent un principe de grande déviation pour des formes quadratiques de processus Gaussiens stationnaires.
J.F. Bony s'est intéressé à la marche aléatoire semi-classique par rapport à une mesure de probabilité $Z_h e^{-\phi(x)/h} dx$ avec n_0 puits. Il étudie l'opérateur associé représentant après un pas la distribution d'une particule. En utilisant la factorisation d'opérateurs pseudo-différentiels et des résultats récents sur le laplacien de Witten, il montre que cet opérateur possède n_0 valeurs propres exponentiellement proches de 1 dont il donne un développement asymptotique en h.
R. Imekraz a étudié les séries aléatoires de modes propres de l'oscillateur harmonique $-\partial_x^2 + x^2$. La très bonne localisation des fonctions de Hermite permet d'obtenir gain de régularité supérieur à celui prédit par le théorème de Paley-Zygmund sur le tore : si l'on applique le procédé de randomisation à une distribution qui appartient à $H^{-1/6+\varepsilon}$, on obtient presque sûrement une fonction continue et bornée. L'analyse de l'oscillateur harmonique est aussi abordée en dimension plus grande que 1, en particulier R. Imekraz étudie aussi les exposants $p > 2$ optimaux assurant la convergence presque sûre dans L^p des séries aléatoires de modes propres invariants par rotation.
V. Petkov et L. Stoyanov [**?**] ont démontré un résultat précis sur les larges déviations pour un flot hyperbolique. Il montre que hors de l'équilibre le système chaotique considéré suit des règles de distributions même sur des intervalles exponentiellement petits.

2.2. **Rayonnement et attractivité académiques.** Tous les membres de l'équipe sont publiants.
Publications, conférences : **90** Articles dans des revues internationales à comité de lecture ; **6** Comptes Rendus à l'Académie des Sciences ; **11** Actes de conférences à comité de lecture ; **19** Prépublications ; **2** Publications grand public ; **35** Exposés dans une conférence internationale ; **75** Exposés de séminaires ou dans des colloques nationaux.

14 Organisations de Colloques
"Opérateurs non-autoadjoints et analyse semi-classique", (J.F. Bony, V. Bruneau, 2009).
"Journées EDP" (J.F. Bony, D. Lannes, Anglet, 2010).
"Chocs et oscillations" en l'honneur de Guy Métivier, (J.F. Bony, D. Lannes, 2010).
"Approximation semiclassique des collisions moléculaires", (L. Bonnet, J.F. Bony, V. Bruneau, 2010).
"Spectral and Dynamical Properties of Quantum Hamiltonians", (V. Petkov et alii, Lausanne, 2010).
"Linear and nonlinear hyperbolic equations" (V. Petkov et alii, Pise, 2010).
"Resonances and scattering in general relativity", (J.F. Bony, D. Häfner, J. Sjöstrand, Nancy, 2011).
"Journées EDP" (J.F. Bony, D. Lannes, Anglet, 2011).
"Fluides géophysiques" (M. Païcu, Bucarest, 2012).
"Microlocal analysis and spectral theory" en l'honneur de Johannes Sjöstrand (J.F. Bony, C. Gérard, A. Martinez, M. Zerzeri, CIRM, 2013).
"Linear and nonlinear hyperbolic equations" (V. Petkov et alii, Pise, 2013).
"Physique mathématique et analyse non linéaire" (R. Imekraz, 2013).
"Modelisation and Numerical Methods for Hot Plasmas" (D. Aregba, S. Brull, B. Dubroca, E. D'Humières, 2013).
"Spectral problems for hyperbolic dynamical systems" (V. Petkov, P. Tieullen, 2014).

Responsabilités
Direction de l'INSMI du CNRS (G. Métivier, Mai 2009, septembre 2013).

Membre de comités éditoriaux : M. Dimassi (Chinese Journal of Mathematics), V. Petkov (Asymptotic Analysis, Serdica Math. J., Cubo Math. J.).
Membres de comités scientifiques de GDR (V. Bruneau), de comités scientifiques de colloques, de comité de programme ANR, de comité ministériel, présidences de comités d'évaluation AERES (A. Bachelot).
Responsabilité de mention de master (A. Bachelot).

2.3. **Interactions avec l'environnement social, économique et culturel.** Vincent Bruneau a fait de nombreuses interventions dans des lycées pour y présenter l'activité d'un chercheur en mathématique. Alain Bachelot a participé au blog mathématiques pour la planète terre 2013.

2.4. **Vie de l'équipe.** Un séminaire hebdomadaire et un groupe de travail sont organisés (resp. M. Dimassi). Depuis 2009, plus de **150 exposés** y ont été donnés par des orateurs extérieurs.
L'équipe participe à des *Programmes de recherche*, certains membres en sont responsable principal : ANR AARGH, **ANR EqHypRG** (resp. D. Häfner), ANR MathOcean, ANR NONAa, ANR NOSEVOL, ANR SICOMA, **ANR SQFT** (resp. J. Faupin), **GDR EDP** (resp. J-F. Bony, D. Lannes), GDR DYNQUA, **PEPS** "Approche semi-classique des collisions moléculaires" (resp. V. Bruneau), **EGIDE-CMCU** "Théories du contrôle et du Scattering" (resp. M. Dimassi).

3. Auto-analyse

3.1. **Points forts.** Un point très positif est l'arrivée en septembre 2014 de trois nouveaux chercheurs, David Lannes (DR CNRS), un professeur et un maître de conférence. Les thématiques de l'équipe la situe au coeur de l'activité de l'IMB : des liens avec les équipes de modélisation, de probabilité, de géométrie et celle d'analyse existent et de nombreuses autres collaborations sont envisageables.

3.2. **Points faibles.** Une certaine bipolarisation linéaire/non linéaire existe dans l'équipe et le potentiel de synergie n'est pas totalement exploité. On regrette le nombre modeste d'étudiants en thèse, lié à la faiblesse numérique de l'effectif en master. Enfin l'équipe ne dispose que de très faibles moyens financiers récurrents.

3.3. **Opportunités.** Tirant profit de l'arrivée de D. Lannes, l'équipe pourra d'une part s'appuyer sur les partenariats Aquitaine/Euskadi pour développer des liens avec le BCAM et l'Université de Bilbao, et d'autre part développer des liens avec d'autres laboratoires de Bordeaux (EPOC, CELIA, etc).

3.4. **Risques.** Suite à la fusion des universités et la situation financière de la NUB, des incertitudes pèsent sur les possibilités de financements d'invitations, de postdocs, etc. L'équipe n'étant pas dans un LabeX, il existe un risque de manque de visibilité au niveau de l'université. Enfin on devra être très vigilant sur la place des EDP dans la nouvelle habilitation du master.