

Carrés magiques de taille 4.

On veut trouver ici tous les carrés magiques pandiagonaux de taille 4. On va voir qu'il y en a 384.

Équations satisfaites par les coefficients

On traduit d'abord les conditions que doivent satisfaire chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale.

$$\begin{aligned} &> \mathbf{S1:=seq(sum(a[i,j],j=0..3)=30,i=0..3);} \\ S1 &:= a_{0,0} + a_{0,1} + a_{0,2} + a_{0,3} = 30, a_{1,0} + a_{1,1} + a_{1,2} + a_{1,3} = 30, a_{2,0} + a_{2,1} + a_{2,2} \\ &\quad + a_{2,3} = 30, a_{3,0} + a_{3,1} + a_{3,2} + a_{3,3} = 30 \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\begin{aligned} &> \mathbf{S2:=seq(sum(a[i,j],i=0..3)=30,j=0..3);} \\ S2 &:= a_{0,0} + a_{1,0} + a_{2,0} + a_{3,0} = 30, a_{0,1} + a_{1,1} + a_{2,1} + a_{3,1} = 30, a_{0,2} + a_{1,2} + a_{2,2} \\ &\quad + a_{3,2} = 30, a_{0,3} + a_{1,3} + a_{2,3} + a_{3,3} = 30 \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} &> \mathbf{S3:=seq(sum(a[i,irem(i+k,4)],i=0..3)=30,k=0..3);} \\ S3 &:= a_{0,0} + a_{1,1} + a_{2,2} + a_{3,3} = 30, a_{0,1} + a_{1,2} + a_{2,3} + a_{3,0} = 30, a_{0,2} + a_{1,3} + a_{2,0} \\ &\quad + a_{3,1} = 30, a_{0,3} + a_{1,0} + a_{2,1} + a_{3,2} = 30 \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$\begin{aligned} &> \mathbf{S4:=seq(sum(a[i,irem(3-i+k,4)],i=0..3)=30,k=0..3);} \\ S4 &:= a_{0,3} + a_{1,2} + a_{2,1} + a_{3,0} = 30, a_{0,0} + a_{1,3} + a_{2,2} + a_{3,1} = 30, a_{0,1} + a_{1,0} + a_{2,3} \\ &\quad + a_{3,2} = 30, a_{0,2} + a_{1,1} + a_{2,0} + a_{3,3} = 30 \end{aligned} \quad (1.4)$$

>
Puis on résout le système obtenu.

$$\begin{aligned} &> \mathbf{sol:=solve(\{S1,S2,S3,S4\});} \\ sol &:= \{a_{1,2} = -a_{3,0} + 15, a_{2,1} = -a_{0,3} + 15, a_{2,3} = -a_{0,1} + 15, a_{2,2} = -a_{0,0} + 15, a_{3,3} = \\ &\quad -a_{0,3} - a_{3,0} + 30 - a_{0,0}, a_{1,1} = a_{0,0} - 15 + a_{0,3} + a_{3,0}, a_{3,1} = -a_{0,0} - a_{0,1} + 30 \\ &\quad - a_{3,0}, a_{1,3} = a_{0,1} + a_{0,0} + a_{3,0} - 15, a_{2,0} = a_{0,1} + a_{0,3} - 15 + a_{0,0}, a_{0,2} = -a_{0,0} \\ &\quad - a_{0,1} + 30 - a_{0,3}, a_{3,2} = 2a_{0,0} - 30 + a_{0,1} + a_{0,3} + a_{3,0}, a_{1,0} = -2a_{0,0} + 45 \\ &\quad - a_{0,1} - a_{0,3} - a_{3,0}, a_{0,0} = a_{0,0}, a_{0,1} = a_{0,1}, a_{0,3} = a_{0,3}, a_{3,0} = a_{3,0}\} \end{aligned} \quad (1.5)$$

La commande suivante permet d'assigner les solutions. Ainsi, dans la suite du calcul, chaque membre de gauche des égalités de sol sera égal au membre de droite.

```
> assign(sol);
> a;
```

$$a \quad (1.6)$$

```
> eval(a);
```

$$\text{table}([(1,2) = -a_{3,0} + 15, (2,0) = a_{0,1} + a_{0,3} - 15 + a_{0,0}, (1,1) = a_{0,0} - 15 + a_{0,3} + a_{3,0}, (1,3) = a_{0,1} + a_{0,0} + a_{3,0} - 15, (3,2) = 2a_{0,0} - 30 + a_{0,1} + a_{0,3} + a_{3,0}, (2,2) = -a_{0,0} + 15, (0,2) = -a_{0,0} - a_{0,1} + 30 - a_{0,3}, (2,1) = -a_{0,3} + 15, (3,3) = -a_{0,3} - a_{3,0} + 30 - a_{0,0}, (3,1) = -a_{0,0} - a_{0,1} + 30 - a_{3,0}, (2,3) = -a_{0,1} + 15, (1,0) = -2a_{0,0} + 45 - a_{0,1} - a_{0,3} - a_{3,0}])$$

```
>
```

Tout carré magique pandiagonal d'ordre 4 est de la forme suivante.

```
> m:=Matrix(4,(i,j)->a[i-1,j-1]);
```

$$m := \begin{bmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & -a_{0,0} - a_{0,1} + 30 - a_{0,3} & a_{0,3} \\ -2a_{0,0} + 45 - a_{0,1} - a_{0,3} - a_{3,0} & a_{0,0} - 15 + a_{0,3} + a_{3,0} & -a_{3,0} + 15 & a_{0,1} + a_{0,0} + a_{3,0} - 15 \\ a_{0,1} + a_{0,3} - 15 + a_{0,0} & -a_{0,3} + 15 & -a_{0,0} + 15 & -a_{0,1} + 15 \\ a_{3,0} & -a_{0,0} - a_{0,1} + 30 - a_{3,0} & 2a_{0,0} - 30 + a_{0,1} + a_{0,3} + a_{3,0} & -a_{0,3} - a_{3,0} + 30 - a_{0,0} \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

```
> var:=indets(m);
```

$$\text{var} := \{a_{0,0}, a_{0,1}, a_{0,3}, a_{3,0}\} \quad (1.9)$$

Donc ces carrés dépendent de quatre variables. Il suffit de faire 16^4 tests.

```
> 16^4;
```

$$65536 \quad (1.10)$$

▼ Recherche systématique sur les 65536 possibilités

```
> testcarre:=proc(m,n)
local E,M;
E:={seq(i,i=0..n^2-1)};
M:={seq(seq(m[i,j],i=1..n),j=1..n)};
if M=E then 1 else 0 fi
end;
```

$$\text{testcarre} := \text{proc}(m, n) \quad (2.1)$$

```

local  $E, M$ ,
 $E := \{seq(i, i=0 ..n^2 - 1)\}$ ;
 $M := \{seq(seq(m[i,j], i=1 ..n), j=1 ..n)\}$ ;
if  $M=E$  then 1 else 0 end if
end proc
> recherche:=proc(m,n)
local i,j,k,l,N,Carres,b;
N:=n^2-1;
Carres:=NULL;
for i from 0 to N do
  for j from 0 to N do
    for k from 0 to N do
      for l from 0 to N do
        b:=subs({var[1]=i,var[2]=j,var[3]=k,var[4]=l}
,m);
        if testcarre(b,n)=1 then Carres:=Carres,b;
      fi;
    od;
  od;
od;
od;
od;
[Carres];
end;

```

```

>
recherche:=proc(m,n)

```

(2.2)

```

local i,j,k,l,N,Carres,b;
N:=n^2-1;
Carres:=NULL;
for i from 0 to N do
  for j from 0 to N do
    for k from 0 to N do
      for l from 0 to N do
        b:=subs({var[1]=i,var[2]=j,var[3]=k,var[4]=l},m);
        if testcarre(b,n)=1 then Carres:=Carres,b end if
      end do
    end do
  end do
end do;
[Carres]
end proc
> Carres:=recherche(m,4);

```

$$\begin{aligned}
\text{Carres} := & \left[\left[\begin{array}{cccc} 0 & 7 & 12 & 11 \\ 14 & 9 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 15 & 8 \\ 13 & 10 & 1 & 6 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cccc} 0 & 7 & 12 & 11 \\ 13 & 10 & 1 & 6 \\ 3 & 4 & 15 & 8 \\ 14 & 9 & 2 & 5 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cccc} 0 & 7 & 10 & 13 \\ 14 & 9 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 15 & 8 \\ 11 & 12 & 1 & 6 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cccc} 0 & 7 & 10 & 13 \\ 11 & 12 & 1 & 6 \\ 5 & 2 & 15 & 8 \\ 14 & 9 & 4 & 3 \end{array} \right], \\
& \left[\begin{array}{cccc} 0 & 7 & 9 & 14 \\ 13 & 10 & 4 & 3 \\ 6 & 1 & 15 & 8 \\ 11 & 12 & 2 & 5 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cccc} 0 & 7 & 9 & 14 \\ 11 & 12 & 2 & 5 \\ 6 & 1 & 15 & 8 \\ 13 & 10 & 4 & 3 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cccc} 0 & 11 & 12 & 7 \\ 14 & 5 & 2 & 9 \\ 3 & 8 & 15 & 4 \\ 13 & 6 & 1 & 10 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cccc} 0 & 11 & 12 & 7 \\ 13 & 6 & 1 & 10 \\ 3 & 8 & 15 & 4 \\ 14 & 5 & 2 & 9 \end{array} \right], \\
& \left[\begin{array}{cccc} 0 & 11 & 6 & 13 \\ 14 & 5 & 8 & 3 \\ 9 & 2 & 15 & 4 \\ 7 & 12 & 1 & 10 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cccc} 0 & 11 & 6 & 13 \\ 7 & 12 & 1 & 10 \\ 9 & 2 & 15 & 4 \\ 14 & 5 & 8 & 3 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cccc} 0 & 11 & 5 & 14 \\ 13 & 6 & 8 & 3 \\ 10 & 1 & 15 & 4 \\ 7 & 12 & 2 & 9 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cccc} 0 & 11 & 5 & 14 \\ 7 & 12 & 2 & 9 \\ 10 & 1 & 15 & 4 \\ 13 & 6 & 8 & 3 \end{array} \right], \\
& \left[\begin{array}{cccc} 0 & 13 & 10 & 7 \\ 14 & 3 & 4 & 9 \\ 5 & 8 & 15 & 2 \\ 11 & 6 & 1 & 12 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cccc} 0 & 13 & 10 & 7 \\ 11 & 6 & 1 & 12 \\ 5 & 8 & 15 & 2 \\ 14 & 3 & 4 & 9 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cccc} 0 & 13 & 6 & 11 \\ 14 & 3 & 8 & 5 \\ 9 & 4 & 15 & 2 \\ 7 & 10 & 1 & 12 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cccc} 0 & 13 & 6 & 11 \\ 7 & 10 & 1 & 12 \\ 9 & 4 & 15 & 2 \\ 14 & 3 & 8 & 5 \end{array} \right], \\
& \left[\begin{array}{cccc} 0 & 13 & 3 & 14 \\ 11 & 6 & 8 & 5 \\ 12 & 1 & 15 & 2 \\ 7 & 10 & 4 & 9 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cccc} 0 & 13 & 3 & 14 \\ 7 & 10 & 4 & 9 \\ 12 & 1 & 15 & 2 \\ 11 & 6 & 8 & 5 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cccc} 0 & 14 & 9 & 7 \\ 13 & 3 & 4 & 10 \\ 6 & 8 & 15 & 1 \\ 11 & 5 & 2 & 12 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cccc} 0 & 14 & 9 & 7 \\ 11 & 5 & 2 & 12 \\ 6 & 8 & 15 & 1 \\ 13 & 3 & 4 & 10 \end{array} \right], \\
& \left[\begin{array}{cccc} 0 & 14 & 5 & 11 \\ 13 & 3 & 8 & 6 \\ 10 & 4 & 15 & 1 \\ 7 & 9 & 2 & 12 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cccc} 0 & 14 & 5 & 11 \\ 7 & 9 & 2 & 12 \\ 10 & 4 & 15 & 1 \\ 13 & 3 & 8 & 6 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cccc} 0 & 14 & 3 & 13 \\ 11 & 5 & 8 & 6 \\ 12 & 2 & 15 & 1 \\ 7 & 9 & 4 & 10 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cccc} 0 & 14 & 3 & 13 \\ 7 & 9 & 4 & 10 \\ 12 & 2 & 15 & 1 \\ 11 & 5 & 8 & 6 \end{array} \right], \\
& \left[\begin{array}{cccc} 1 & 6 & 13 & 10 \\ 15 & 8 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 14 & 9 \\ 12 & 11 & 0 & 7 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cccc} 1 & 6 & 13 & 10 \\ 12 & 11 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 14 & 9 \\ 15 & 8 & 3 & 4 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cccc} 1 & 6 & 11 & 12 \\ 15 & 8 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & 14 & 9 \\ 10 & 13 & 0 & 7 \end{array} \right], \left[\begin{array}{cccc} 1 & 6 & 11 & 12 \\ 10 & 13 & 0 & 7 \\ 4 & 3 & 14 & 9 \\ 15 & 8 & 5 & 2 \end{array} \right],
\end{aligned}
\tag{2.3}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 6 & 8 & 15 \\ 12 & 11 & 5 & 2 \\ 7 & 0 & 14 & 9 \\ 10 & 13 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 6 & 8 & 15 \\ 10 & 13 & 3 & 4 \\ 7 & 0 & 14 & 9 \\ 12 & 11 & 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 10 & 13 & 6 \\ 15 & 4 & 3 & 8 \\ 2 & 9 & 14 & 5 \\ 12 & 7 & 0 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 10 & 13 & 6 \\ 12 & 7 & 0 & 11 \\ 2 & 9 & 14 & 5 \\ 15 & 4 & 3 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 10 & 7 & 12 \\ 15 & 4 & 9 & 2 \\ 8 & 3 & 14 & 5 \\ 6 & 13 & 0 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 10 & 7 & 12 \\ 6 & 13 & 0 & 11 \\ 8 & 3 & 14 & 5 \\ 15 & 4 & 9 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 10 & 4 & 15 \\ 12 & 7 & 9 & 2 \\ 11 & 0 & 14 & 5 \\ 6 & 13 & 3 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 10 & 4 & 15 \\ 6 & 13 & 3 & 8 \\ 11 & 0 & 14 & 5 \\ 12 & 7 & 9 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 12 & 11 & 6 \\ 15 & 2 & 5 & 8 \\ 4 & 9 & 14 & 3 \\ 10 & 7 & 0 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 12 & 11 & 6 \\ 10 & 7 & 0 & 13 \\ 4 & 9 & 14 & 3 \\ 15 & 2 & 5 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 12 & 7 & 10 \\ 15 & 2 & 9 & 4 \\ 8 & 5 & 14 & 3 \\ 6 & 11 & 0 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 12 & 7 & 10 \\ 6 & 11 & 0 & 13 \\ 8 & 5 & 14 & 3 \\ 15 & 2 & 9 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 12 & 2 & 15 \\ 10 & 7 & 9 & 4 \\ 13 & 0 & 14 & 3 \\ 6 & 11 & 5 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 12 & 2 & 15 \\ 6 & 11 & 5 & 8 \\ 13 & 0 & 14 & 3 \\ 10 & 7 & 9 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 15 & 8 & 6 \\ 12 & 2 & 5 & 11 \\ 7 & 9 & 14 & 0 \\ 10 & 4 & 3 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 15 & 8 & 6 \\ 10 & 4 & 3 & 13 \\ 7 & 9 & 14 & 0 \\ 12 & 2 & 5 & 11 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 15 & 4 & 10 \\ 12 & 2 & 9 & 7 \\ 11 & 5 & 14 & 0 \\ 6 & 8 & 3 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 15 & 4 & 10 \\ 6 & 8 & 3 & 13 \\ 11 & 5 & 14 & 0 \\ 12 & 2 & 9 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 15 & 2 & 12 \\ 10 & 4 & 9 & 7 \\ 13 & 3 & 14 & 0 \\ 6 & 8 & 5 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 15 & 2 & 12 \\ 6 & 8 & 5 & 11 \\ 13 & 3 & 14 & 0 \\ 10 & 4 & 9 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 14 & 9 \\ 15 & 8 & 3 & 4 \\ 1 & 6 & 13 & 10 \\ 12 & 11 & 0 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 14 & 9 \\ 12 & 11 & 0 & 7 \\ 1 & 6 & 13 & 10 \\ 15 & 8 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 11 & 12 \\ 15 & 8 & 6 & 1 \\ 4 & 3 & 13 & 10 \\ 9 & 14 & 0 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 11 & 12 \\ 9 & 14 & 0 & 7 \\ 4 & 3 & 13 & 10 \\ 15 & 8 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 8 & 15 \\ 12 & 11 & 6 & 1 \\ 7 & 0 & 13 & 10 \\ 9 & 14 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 8 & 15 \\ 9 & 14 & 3 & 4 \\ 7 & 0 & 13 & 10 \\ 12 & 11 & 6 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 9 & 14 & 5 \\ 15 & 4 & 3 & 8 \\ 1 & 10 & 13 & 6 \\ 12 & 7 & 0 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 9 & 14 & 5 \\ 12 & 7 & 0 & 11 \\ 1 & 10 & 13 & 6 \\ 15 & 4 & 3 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 9 & 7 & 12 \\ 15 & 4 & 10 & 1 \\ 8 & 3 & 13 & 6 \\ 5 & 14 & 0 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 9 & 7 & 12 \\ 5 & 14 & 0 & 11 \\ 8 & 3 & 13 & 6 \\ 15 & 4 & 10 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 9 & 4 & 15 \\ 12 & 7 & 10 & 1 \\ 11 & 0 & 13 & 6 \\ 5 & 14 & 3 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 9 & 4 & 15 \\ 5 & 14 & 3 & 8 \\ 11 & 0 & 13 & 6 \\ 12 & 7 & 10 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 12 & 11 & 5 \\ 15 & 1 & 6 & 8 \\ 4 & 10 & 13 & 3 \\ 9 & 7 & 0 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 12 & 11 & 5 \\ 9 & 7 & 0 & 14 \\ 4 & 10 & 13 & 3 \\ 15 & 1 & 6 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 12 & 7 & 9 \\ 15 & 1 & 10 & 4 \\ 8 & 6 & 13 & 3 \\ 5 & 11 & 0 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 12 & 7 & 9 \\ 5 & 11 & 0 & 14 \\ 8 & 6 & 13 & 3 \\ 15 & 1 & 10 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 12 & 1 & 15 \\ 9 & 7 & 10 & 4 \\ 14 & 0 & 13 & 3 \\ 5 & 11 & 6 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 12 & 1 & 15 \\ 5 & 11 & 6 & 8 \\ 14 & 0 & 13 & 3 \\ 9 & 7 & 10 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 15 & 8 & 5 \\ 12 & 1 & 6 & 11 \\ 7 & 10 & 13 & 0 \\ 9 & 4 & 3 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 15 & 8 & 5 \\ 9 & 4 & 3 & 14 \\ 7 & 10 & 13 & 0 \\ 12 & 1 & 6 & 11 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 15 & 4 & 9 \\ 12 & 1 & 10 & 7 \\ 11 & 6 & 13 & 0 \\ 5 & 8 & 3 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 15 & 4 & 9 \\ 5 & 8 & 3 & 14 \\ 11 & 6 & 13 & 0 \\ 12 & 1 & 10 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 15 & 1 & 12 \\ 9 & 4 & 10 & 7 \\ 14 & 3 & 13 & 0 \\ 5 & 8 & 6 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 15 & 1 & 12 \\ 5 & 8 & 6 & 11 \\ 14 & 3 & 13 & 0 \\ 9 & 4 & 10 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 15 & 8 \\ 14 & 9 & 2 & 5 \\ 0 & 7 & 12 & 11 \\ 13 & 10 & 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 4 & 15 & 8 \\ 13 & 10 & 1 & 6 \\ 0 & 7 & 12 & 11 \\ 14 & 9 & 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 4 & 10 & 13 \\ 14 & 9 & 7 & 0 \\ 5 & 2 & 12 & 11 \\ 8 & 15 & 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 4 & 10 & 13 \\ 8 & 15 & 1 & 6 \\ 5 & 2 & 12 & 11 \\ 14 & 9 & 7 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 4 & 9 & 14 \\ 13 & 10 & 7 & 0 \\ 6 & 1 & 12 & 11 \\ 8 & 15 & 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 4 & 9 & 14 \\ 8 & 15 & 2 & 5 \\ 6 & 1 & 12 & 11 \\ 13 & 10 & 7 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 8 & 15 & 4 \\ 14 & 5 & 2 & 9 \\ 0 & 11 & 12 & 7 \\ 13 & 6 & 1 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 8 & 15 & 4 \\ 13 & 6 & 1 & 10 \\ 0 & 11 & 12 & 7 \\ 14 & 5 & 2 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 8 & 6 & 13 \\ 14 & 5 & 11 & 0 \\ 9 & 2 & 12 & 7 \\ 4 & 15 & 1 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 8 & 6 & 13 \\ 4 & 15 & 1 & 10 \\ 9 & 2 & 12 & 7 \\ 14 & 5 & 11 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 8 & 5 & 14 \\ 13 & 6 & 11 & 0 \\ 10 & 1 & 12 & 7 \\ 4 & 15 & 2 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 8 & 5 & 14 \\ 4 & 15 & 2 & 9 \\ 10 & 1 & 12 & 7 \\ 13 & 6 & 11 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{cccc}
\left[\begin{array}{cccc} 3 & 13 & 10 & 4 \\ 14 & 0 & 7 & 9 \\ 5 & 11 & 12 & 2 \\ 8 & 6 & 1 & 15 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{cccc} 3 & 13 & 10 & 4 \\ 8 & 6 & 1 & 15 \\ 5 & 11 & 12 & 2 \\ 14 & 0 & 7 & 9 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{cccc} 3 & 13 & 6 & 8 \\ 14 & 0 & 11 & 5 \\ 9 & 7 & 12 & 2 \\ 4 & 10 & 1 & 15 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{cccc} 3 & 13 & 6 & 8 \\ 4 & 10 & 1 & 15 \\ 9 & 7 & 12 & 2 \\ 14 & 0 & 11 & 5 \end{array} \right] \\
\left[\begin{array}{cccc} 3 & 13 & 0 & 14 \\ 8 & 6 & 11 & 5 \\ 15 & 1 & 12 & 2 \\ 4 & 10 & 7 & 9 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{cccc} 3 & 13 & 0 & 14 \\ 4 & 10 & 7 & 9 \\ 15 & 1 & 12 & 2 \\ 8 & 6 & 11 & 5 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{cccc} 3 & 14 & 9 & 4 \\ 13 & 0 & 7 & 10 \\ 6 & 11 & 12 & 1 \\ 8 & 5 & 2 & 15 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{cccc} 3 & 14 & 9 & 4 \\ 8 & 5 & 2 & 15 \\ 6 & 11 & 12 & 1 \\ 13 & 0 & 7 & 10 \end{array} \right] \\
\left[\begin{array}{cccc} 3 & 14 & 5 & 8 \\ 13 & 0 & 11 & 6 \\ 10 & 7 & 12 & 1 \\ 4 & 9 & 2 & 15 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{cccc} 3 & 14 & 5 & 8 \\ 4 & 9 & 2 & 15 \\ 10 & 7 & 12 & 1 \\ 13 & 0 & 11 & 6 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{cccc} 3 & 14 & 0 & 13 \\ 8 & 5 & 11 & 6 \\ 15 & 2 & 12 & 1 \\ 4 & 9 & 7 & 10 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{cccc} 3 & 14 & 0 & 13 \\ 4 & 9 & 7 & 10 \\ 15 & 2 & 12 & 1 \\ 8 & 5 & 11 & 6 \end{array} \right] \\
\left[\begin{array}{cccc} 4 & 3 & 14 & 9 \\ 15 & 8 & 5 & 2 \\ 1 & 6 & 11 & 12 \\ 10 & 13 & 0 & 7 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{cccc} 4 & 3 & 14 & 9 \\ 10 & 13 & 0 & 7 \\ 1 & 6 & 11 & 12 \\ 15 & 8 & 5 & 2 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{cccc} 4 & 3 & 13 & 10 \\ 15 & 8 & 6 & 1 \\ 2 & 5 & 11 & 12 \\ 9 & 14 & 0 & 7 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{cccc} 4 & 3 & 13 & 10 \\ 9 & 14 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 11 & 12 \\ 15 & 8 & 6 & 1 \end{array} \right] \\
\left[\begin{array}{cccc} 4 & 3 & 8 & 15 \\ 10 & 13 & 6 & 1 \\ 7 & 0 & 11 & 12 \\ 9 & 14 & 5 & 2 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{cccc} 4 & 3 & 8 & 15 \\ 9 & 14 & 5 & 2 \\ 7 & 0 & 11 & 12 \\ 10 & 13 & 6 & 1 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{cccc} 4 & 9 & 14 & 3 \\ 15 & 2 & 5 & 8 \\ 1 & 12 & 11 & 6 \\ 10 & 7 & 0 & 13 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{cccc} 4 & 9 & 14 & 3 \\ 10 & 7 & 0 & 13 \\ 1 & 12 & 11 & 6 \\ 15 & 2 & 5 & 8 \end{array} \right] \\
\left[\begin{array}{cccc} 4 & 9 & 7 & 10 \\ 15 & 2 & 12 & 1 \\ 8 & 5 & 11 & 6 \\ 3 & 14 & 0 & 13 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{cccc} 4 & 9 & 7 & 10 \\ 3 & 14 & 0 & 13 \\ 8 & 5 & 11 & 6 \\ 15 & 2 & 12 & 1 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{cccc} 4 & 9 & 2 & 15 \\ 10 & 7 & 12 & 1 \\ 13 & 0 & 11 & 6 \\ 3 & 14 & 5 & 8 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{cccc} 4 & 9 & 2 & 15 \\ 3 & 14 & 5 & 8 \\ 13 & 0 & 11 & 6 \\ 10 & 7 & 12 & 1 \end{array} \right] \\
\left[\begin{array}{cccc} 4 & 10 & 13 & 3 \\ 15 & 1 & 6 & 8 \\ 2 & 12 & 11 & 5 \\ 9 & 7 & 0 & 14 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{cccc} 4 & 10 & 13 & 3 \\ 9 & 7 & 0 & 14 \\ 2 & 12 & 11 & 5 \\ 15 & 1 & 6 & 8 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{cccc} 4 & 10 & 7 & 9 \\ 15 & 1 & 12 & 2 \\ 8 & 6 & 11 & 5 \\ 3 & 13 & 0 & 14 \end{array} \right] & \left[\begin{array}{cccc} 4 & 10 & 7 & 9 \\ 3 & 13 & 0 & 14 \\ 8 & 6 & 11 & 5 \\ 15 & 1 & 12 & 2 \end{array} \right]
\end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 10 & 1 & 15 \\ 9 & 7 & 12 & 2 \\ 14 & 0 & 11 & 5 \\ 3 & 13 & 6 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 10 & 1 & 15 \\ 3 & 13 & 6 & 8 \\ 14 & 0 & 11 & 5 \\ 9 & 7 & 12 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 15 & 8 & 3 \\ 10 & 1 & 6 & 13 \\ 7 & 12 & 11 & 0 \\ 9 & 2 & 5 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 15 & 8 & 3 \\ 9 & 2 & 5 & 14 \\ 7 & 12 & 11 & 0 \\ 10 & 1 & 6 & 13 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 15 & 2 & 9 \\ 10 & 1 & 12 & 7 \\ 13 & 6 & 11 & 0 \\ 3 & 8 & 5 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 15 & 2 & 9 \\ 3 & 8 & 5 & 14 \\ 13 & 6 & 11 & 0 \\ 10 & 1 & 12 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 15 & 1 & 10 \\ 9 & 2 & 12 & 7 \\ 14 & 5 & 11 & 0 \\ 3 & 8 & 6 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 15 & 1 & 10 \\ 3 & 8 & 6 & 13 \\ 14 & 5 & 11 & 0 \\ 9 & 2 & 12 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 2 & 15 & 8 \\ 14 & 9 & 4 & 3 \\ 0 & 7 & 10 & 13 \\ 11 & 12 & 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 2 & 15 & 8 \\ 11 & 12 & 1 & 6 \\ 0 & 7 & 10 & 13 \\ 14 & 9 & 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 2 & 12 & 11 \\ 14 & 9 & 7 & 0 \\ 3 & 4 & 10 & 13 \\ 8 & 15 & 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 2 & 12 & 11 \\ 8 & 15 & 1 & 6 \\ 3 & 4 & 10 & 13 \\ 14 & 9 & 7 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 2 & 9 & 14 \\ 11 & 12 & 7 & 0 \\ 6 & 1 & 10 & 13 \\ 8 & 15 & 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 2 & 9 & 14 \\ 8 & 15 & 4 & 3 \\ 6 & 1 & 10 & 13 \\ 11 & 12 & 7 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 8 & 15 & 2 \\ 14 & 3 & 4 & 9 \\ 0 & 13 & 10 & 7 \\ 11 & 6 & 1 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 8 & 15 & 2 \\ 11 & 6 & 1 & 12 \\ 0 & 13 & 10 & 7 \\ 14 & 3 & 4 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 8 & 6 & 11 \\ 14 & 3 & 13 & 0 \\ 9 & 4 & 10 & 7 \\ 2 & 15 & 1 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 8 & 6 & 11 \\ 2 & 15 & 1 & 12 \\ 9 & 4 & 10 & 7 \\ 14 & 3 & 13 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 8 & 3 & 14 \\ 11 & 6 & 13 & 0 \\ 12 & 1 & 10 & 7 \\ 2 & 15 & 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 8 & 3 & 14 \\ 2 & 15 & 4 & 9 \\ 12 & 1 & 10 & 7 \\ 11 & 6 & 13 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 11 & 12 & 2 \\ 14 & 0 & 7 & 9 \\ 3 & 13 & 10 & 4 \\ 8 & 6 & 1 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 11 & 12 & 2 \\ 8 & 6 & 1 & 15 \\ 3 & 13 & 10 & 4 \\ 14 & 0 & 7 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 11 & 6 & 8 \\ 14 & 0 & 13 & 3 \\ 9 & 7 & 10 & 4 \\ 2 & 12 & 1 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 11 & 6 & 8 \\ 2 & 12 & 1 & 15 \\ 9 & 7 & 10 & 4 \\ 14 & 0 & 13 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 11 & 0 & 14 \\ 8 & 6 & 13 & 3 \\ 15 & 1 & 10 & 4 \\ 2 & 12 & 7 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 11 & 0 & 14 \\ 2 & 12 & 7 & 9 \\ 15 & 1 & 10 & 4 \\ 8 & 6 & 13 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 14 & 9 & 2 \\ 11 & 0 & 7 & 12 \\ 6 & 13 & 10 & 1 \\ 8 & 3 & 4 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 14 & 9 & 2 \\ 8 & 3 & 4 & 15 \\ 6 & 13 & 10 & 1 \\ 11 & 0 & 7 & 12 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 14 & 3 & 8 \\ 11 & 0 & 13 & 6 \\ 12 & 7 & 10 & 1 \\ 2 & 9 & 4 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 14 & 3 & 8 \\ 2 & 9 & 4 & 15 \\ 12 & 7 & 10 & 1 \\ 11 & 0 & 13 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 14 & 0 & 11 \\ 8 & 3 & 13 & 6 \\ 15 & 4 & 10 & 1 \\ 2 & 9 & 7 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 14 & 0 & 11 \\ 2 & 9 & 7 & 12 \\ 15 & 4 & 10 & 1 \\ 8 & 3 & 13 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 1 & 15 & 8 \\ 13 & 10 & 4 & 3 \\ 0 & 7 & 9 & 14 \\ 11 & 12 & 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 1 & 15 & 8 \\ 11 & 12 & 2 & 5 \\ 0 & 7 & 9 & 14 \\ 13 & 10 & 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 1 & 12 & 11 \\ 13 & 10 & 7 & 0 \\ 3 & 4 & 9 & 14 \\ 8 & 15 & 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 1 & 12 & 11 \\ 8 & 15 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 9 & 14 \\ 13 & 10 & 7 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 1 & 10 & 13 \\ 11 & 12 & 7 & 0 \\ 5 & 2 & 9 & 14 \\ 8 & 15 & 4 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 1 & 10 & 13 \\ 8 & 15 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 9 & 14 \\ 11 & 12 & 7 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 8 & 15 & 1 \\ 13 & 3 & 4 & 10 \\ 0 & 14 & 9 & 7 \\ 11 & 5 & 2 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 8 & 15 & 1 \\ 11 & 5 & 2 & 12 \\ 0 & 14 & 9 & 7 \\ 13 & 3 & 4 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 8 & 5 & 11 \\ 13 & 3 & 14 & 0 \\ 10 & 4 & 9 & 7 \\ 1 & 15 & 2 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 8 & 5 & 11 \\ 1 & 15 & 2 & 12 \\ 10 & 4 & 9 & 7 \\ 13 & 3 & 14 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 8 & 3 & 13 \\ 11 & 5 & 14 & 0 \\ 12 & 2 & 9 & 7 \\ 1 & 15 & 4 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 8 & 3 & 13 \\ 1 & 15 & 4 & 10 \\ 12 & 2 & 9 & 7 \\ 11 & 5 & 14 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 11 & 12 & 1 \\ 13 & 0 & 7 & 10 \\ 3 & 14 & 9 & 4 \\ 8 & 5 & 2 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 11 & 12 & 1 \\ 8 & 5 & 2 & 15 \\ 3 & 14 & 9 & 4 \\ 13 & 0 & 7 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 11 & 5 & 8 \\ 13 & 0 & 14 & 3 \\ 10 & 7 & 9 & 4 \\ 1 & 12 & 2 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 11 & 5 & 8 \\ 1 & 12 & 2 & 15 \\ 10 & 7 & 9 & 4 \\ 13 & 0 & 14 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 11 & 0 & 13 \\ 8 & 5 & 14 & 3 \\ 15 & 2 & 9 & 4 \\ 1 & 12 & 7 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 11 & 0 & 13 \\ 1 & 12 & 7 & 10 \\ 15 & 2 & 9 & 4 \\ 8 & 5 & 14 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 13 & 10 & 1 \\ 11 & 0 & 7 & 12 \\ 5 & 14 & 9 & 2 \\ 8 & 3 & 4 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 13 & 10 & 1 \\ 8 & 3 & 4 & 15 \\ 5 & 14 & 9 & 2 \\ 11 & 0 & 7 & 12 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 13 & 3 & 8 \\ 11 & 0 & 14 & 5 \\ 12 & 7 & 9 & 2 \\ 1 & 10 & 4 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 13 & 3 & 8 \\ 1 & 10 & 4 & 15 \\ 12 & 7 & 9 & 2 \\ 11 & 0 & 14 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 13 & 0 & 11 \\ 8 & 3 & 14 & 5 \\ 15 & 4 & 9 & 2 \\ 1 & 10 & 7 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 & 13 & 0 & 11 \\ 1 & 10 & 7 & 12 \\ 15 & 4 & 9 & 2 \\ 8 & 3 & 14 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 0 & 14 & 9 \\ 12 & 11 & 5 & 2 \\ 1 & 6 & 8 & 15 \\ 10 & 13 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 0 & 14 & 9 \\ 10 & 13 & 3 & 4 \\ 1 & 6 & 8 & 15 \\ 12 & 11 & 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 0 & 13 & 10 \\ 12 & 11 & 6 & 1 \\ 2 & 5 & 8 & 15 \\ 9 & 14 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 0 & 13 & 10 \\ 9 & 14 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 8 & 15 \\ 12 & 11 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 0 & 11 & 12 \\ 10 & 13 & 6 & 1 \\ 4 & 3 & 8 & 15 \\ 9 & 14 & 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 0 & 11 & 12 \\ 9 & 14 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & 8 & 15 \\ 10 & 13 & 6 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 9 & 14 & 0 \\ 12 & 2 & 5 & 11 \\ 1 & 15 & 8 & 6 \\ 10 & 4 & 3 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 9 & 14 & 0 \\ 10 & 4 & 3 & 13 \\ 1 & 15 & 8 & 6 \\ 12 & 2 & 5 & 11 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 9 & 4 & 10 \\ 12 & 2 & 15 & 1 \\ 11 & 5 & 8 & 6 \\ 0 & 14 & 3 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 9 & 4 & 10 \\ 0 & 14 & 3 & 13 \\ 11 & 5 & 8 & 6 \\ 12 & 2 & 15 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 9 & 2 & 12 \\ 10 & 4 & 15 & 1 \\ 13 & 3 & 8 & 6 \\ 0 & 14 & 5 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 9 & 2 & 12 \\ 0 & 14 & 5 & 11 \\ 13 & 3 & 8 & 6 \\ 10 & 4 & 15 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 10 & 13 & 0 \\ 12 & 1 & 6 & 11 \\ 2 & 15 & 8 & 5 \\ 9 & 4 & 3 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 10 & 13 & 0 \\ 9 & 4 & 3 & 14 \\ 2 & 15 & 8 & 5 \\ 12 & 1 & 6 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 10 & 4 & 9 \\ 12 & 1 & 15 & 2 \\ 11 & 6 & 8 & 5 \\ 0 & 13 & 3 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 10 & 4 & 9 \\ 0 & 13 & 3 & 14 \\ 11 & 6 & 8 & 5 \\ 12 & 1 & 15 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 10 & 1 & 12 \\ 9 & 4 & 15 & 2 \\ 14 & 3 & 8 & 5 \\ 0 & 13 & 6 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 10 & 1 & 12 \\ 0 & 13 & 6 & 11 \\ 14 & 3 & 8 & 5 \\ 9 & 4 & 15 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 12 & 11 & 0 \\ 10 & 1 & 6 & 13 \\ 4 & 15 & 8 & 3 \\ 9 & 2 & 5 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 12 & 11 & 0 \\ 9 & 2 & 5 & 14 \\ 4 & 15 & 8 & 3 \\ 10 & 1 & 6 & 13 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 7 & 12 & 2 & 9 \\ 10 & 1 & 15 & 4 \\ 13 & 6 & 8 & 3 \\ 0 & 11 & 5 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 12 & 2 & 9 \\ 0 & 11 & 5 & 14 \\ 13 & 6 & 8 & 3 \\ 10 & 1 & 15 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 12 & 1 & 10 \\ 9 & 2 & 15 & 4 \\ 14 & 5 & 8 & 3 \\ 0 & 11 & 6 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 12 & 1 & 10 \\ 0 & 11 & 6 & 13 \\ 14 & 5 & 8 & 3 \\ 9 & 2 & 15 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 8 & 3 & 14 & 5 \\ 15 & 4 & 9 & 2 \\ 1 & 10 & 7 & 12 \\ 6 & 13 & 0 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & 3 & 14 & 5 \\ 6 & 13 & 0 & 11 \\ 1 & 10 & 7 & 12 \\ 15 & 4 & 9 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & 3 & 13 & 6 \\ 15 & 4 & 10 & 1 \\ 2 & 9 & 7 & 12 \\ 5 & 14 & 0 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & 3 & 13 & 6 \\ 5 & 14 & 0 & 11 \\ 2 & 9 & 7 & 12 \\ 15 & 4 & 10 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 8 & 3 & 4 & 15 \\ 6 & 13 & 10 & 1 \\ 11 & 0 & 7 & 12 \\ 5 & 14 & 9 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & 3 & 4 & 15 \\ 5 & 14 & 9 & 2 \\ 11 & 0 & 7 & 12 \\ 6 & 13 & 10 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & 5 & 14 & 3 \\ 15 & 2 & 9 & 4 \\ 1 & 12 & 7 & 10 \\ 6 & 11 & 0 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & 5 & 14 & 3 \\ 6 & 11 & 0 & 13 \\ 1 & 12 & 7 & 10 \\ 15 & 2 & 9 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 8 & 5 & 11 & 6 \\ 15 & 2 & 12 & 1 \\ 4 & 9 & 7 & 10 \\ 3 & 14 & 0 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & 5 & 11 & 6 \\ 3 & 14 & 0 & 13 \\ 4 & 9 & 7 & 10 \\ 15 & 2 & 12 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & 5 & 2 & 15 \\ 6 & 11 & 12 & 1 \\ 13 & 0 & 7 & 10 \\ 3 & 14 & 9 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & 5 & 2 & 15 \\ 3 & 14 & 9 & 4 \\ 13 & 0 & 7 & 10 \\ 6 & 11 & 12 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 8 & 6 & 13 & 3 \\ 15 & 1 & 10 & 4 \\ 2 & 12 & 7 & 9 \\ 5 & 11 & 0 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & 6 & 13 & 3 \\ 5 & 11 & 0 & 14 \\ 2 & 12 & 7 & 9 \\ 15 & 1 & 10 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & 6 & 11 & 5 \\ 15 & 1 & 12 & 2 \\ 4 & 10 & 7 & 9 \\ 3 & 13 & 0 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & 6 & 11 & 5 \\ 3 & 13 & 0 & 14 \\ 4 & 10 & 7 & 9 \\ 15 & 1 & 12 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 8 & 6 & 1 & 15 \\ 5 & 11 & 12 & 2 \\ 14 & 0 & 7 & 9 \\ 3 & 13 & 10 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & 6 & 1 & 15 \\ 3 & 13 & 10 & 4 \\ 14 & 0 & 7 & 9 \\ 5 & 11 & 12 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & 15 & 4 & 3 \\ 6 & 1 & 10 & 13 \\ 11 & 12 & 7 & 0 \\ 5 & 2 & 9 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & 15 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 9 & 14 \\ 11 & 12 & 7 & 0 \\ 6 & 1 & 10 & 13 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 8 & 15 & 2 & 5 \\ 6 & 1 & 12 & 11 \\ 13 & 10 & 7 & 0 \\ 3 & 4 & 9 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & 15 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 9 & 14 \\ 13 & 10 & 7 & 0 \\ 6 & 1 & 12 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & 15 & 1 & 6 \\ 5 & 2 & 12 & 11 \\ 14 & 9 & 7 & 0 \\ 3 & 4 & 10 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 & 15 & 1 & 6 \\ 3 & 4 & 10 & 13 \\ 14 & 9 & 7 & 0 \\ 5 & 2 & 12 & 11 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 2 & 15 & 4 \\ 14 & 5 & 8 & 3 \\ 0 & 11 & 6 & 13 \\ 7 & 12 & 1 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 2 & 15 & 4 \\ 7 & 12 & 1 & 10 \\ 0 & 11 & 6 & 13 \\ 14 & 5 & 8 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 2 & 12 & 7 \\ 14 & 5 & 11 & 0 \\ 3 & 8 & 6 & 13 \\ 4 & 15 & 1 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 2 & 12 & 7 \\ 4 & 15 & 1 & 10 \\ 3 & 8 & 6 & 13 \\ 14 & 5 & 11 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 2 & 5 & 14 \\ 7 & 12 & 11 & 0 \\ 10 & 1 & 6 & 13 \\ 4 & 15 & 8 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 2 & 5 & 14 \\ 4 & 15 & 8 & 3 \\ 10 & 1 & 6 & 13 \\ 7 & 12 & 11 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 4 & 15 & 2 \\ 14 & 3 & 8 & 5 \\ 0 & 13 & 6 & 11 \\ 7 & 10 & 1 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 4 & 15 & 2 \\ 7 & 10 & 1 & 12 \\ 0 & 13 & 6 & 11 \\ 14 & 3 & 8 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 4 & 10 & 7 \\ 14 & 3 & 13 & 0 \\ 5 & 8 & 6 & 11 \\ 2 & 15 & 1 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 4 & 10 & 7 \\ 2 & 15 & 1 & 12 \\ 5 & 8 & 6 & 11 \\ 14 & 3 & 13 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 4 & 3 & 14 \\ 7 & 10 & 13 & 0 \\ 12 & 1 & 6 & 11 \\ 2 & 15 & 8 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 4 & 3 & 14 \\ 2 & 15 & 8 & 5 \\ 12 & 1 & 6 & 11 \\ 7 & 10 & 13 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 7 & 12 & 2 \\ 14 & 0 & 11 & 5 \\ 3 & 13 & 6 & 8 \\ 4 & 10 & 1 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 7 & 12 & 2 \\ 4 & 10 & 1 & 15 \\ 3 & 13 & 6 & 8 \\ 14 & 0 & 11 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 7 & 10 & 4 \\ 14 & 0 & 13 & 3 \\ 5 & 11 & 6 & 8 \\ 2 & 12 & 1 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 7 & 10 & 4 \\ 2 & 12 & 1 & 15 \\ 5 & 11 & 6 & 8 \\ 14 & 0 & 13 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 7 & 0 & 14 \\ 4 & 10 & 13 & 3 \\ 15 & 1 & 6 & 8 \\ 2 & 12 & 11 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 7 & 0 & 14 \\ 2 & 12 & 11 & 5 \\ 15 & 1 & 6 & 8 \\ 4 & 10 & 13 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 14 & 5 & 2 \\ 7 & 0 & 11 & 12 \\ 10 & 13 & 6 & 1 \\ 4 & 3 & 8 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 14 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & 8 & 15 \\ 10 & 13 & 6 & 1 \\ 7 & 0 & 11 & 12 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 14 & 3 & 4 \\ 7 & 0 & 13 & 10 \\ 12 & 11 & 6 & 1 \\ 2 & 5 & 8 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 14 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 8 & 15 \\ 12 & 11 & 6 & 1 \\ 7 & 0 & 13 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 14 & 0 & 7 \\ 4 & 3 & 13 & 10 \\ 15 & 8 & 6 & 1 \\ 2 & 5 & 11 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 9 & 14 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 11 & 12 \\ 15 & 8 & 6 & 1 \\ 4 & 3 & 13 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 10 & 1 & 15 & 4 \\ 13 & 6 & 8 & 3 \\ 0 & 11 & 5 & 14 \\ 7 & 12 & 2 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 1 & 15 & 4 \\ 7 & 12 & 2 & 9 \\ 0 & 11 & 5 & 14 \\ 13 & 6 & 8 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 1 & 12 & 7 \\ 13 & 6 & 11 & 0 \\ 3 & 8 & 5 & 14 \\ 4 & 15 & 2 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 1 & 12 & 7 \\ 4 & 15 & 2 & 9 \\ 3 & 8 & 5 & 14 \\ 13 & 6 & 11 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 10 & 1 & 6 & 13 \\ 7 & 12 & 11 & 0 \\ 9 & 2 & 5 & 14 \\ 4 & 15 & 8 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 1 & 6 & 13 \\ 4 & 15 & 8 & 3 \\ 9 & 2 & 5 & 14 \\ 7 & 12 & 11 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 4 & 15 & 1 \\ 13 & 3 & 8 & 6 \\ 0 & 14 & 5 & 11 \\ 7 & 9 & 2 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 4 & 15 & 1 \\ 7 & 9 & 2 & 12 \\ 0 & 14 & 5 & 11 \\ 13 & 3 & 8 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 10 & 4 & 9 & 7 \\ 13 & 3 & 14 & 0 \\ 6 & 8 & 5 & 11 \\ 1 & 15 & 2 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 4 & 9 & 7 \\ 1 & 15 & 2 & 12 \\ 6 & 8 & 5 & 11 \\ 13 & 3 & 14 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 4 & 3 & 13 \\ 7 & 9 & 14 & 0 \\ 12 & 2 & 5 & 11 \\ 1 & 15 & 8 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 4 & 3 & 13 \\ 1 & 15 & 8 & 6 \\ 12 & 2 & 5 & 11 \\ 7 & 9 & 14 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 10 & 7 & 12 & 1 \\ 13 & 0 & 11 & 6 \\ 3 & 14 & 5 & 8 \\ 4 & 9 & 2 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 7 & 12 & 1 \\ 4 & 9 & 2 & 15 \\ 3 & 14 & 5 & 8 \\ 13 & 0 & 11 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 7 & 9 & 4 \\ 13 & 0 & 14 & 3 \\ 6 & 11 & 5 & 8 \\ 1 & 12 & 2 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 7 & 9 & 4 \\ 1 & 12 & 2 & 15 \\ 6 & 11 & 5 & 8 \\ 13 & 0 & 14 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 10 & 7 & 0 & 13 \\ 4 & 9 & 14 & 3 \\ 15 & 2 & 5 & 8 \\ 1 & 12 & 11 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 7 & 0 & 13 \\ 1 & 12 & 11 & 6 \\ 15 & 2 & 5 & 8 \\ 4 & 9 & 14 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 13 & 6 & 1 \\ 7 & 0 & 11 & 12 \\ 9 & 14 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & 8 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 13 & 6 & 1 \\ 4 & 3 & 8 & 15 \\ 9 & 14 & 5 & 2 \\ 7 & 0 & 11 & 12 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 10 & 13 & 3 & 4 \\ 7 & 0 & 14 & 9 \\ 12 & 11 & 5 & 2 \\ 1 & 6 & 8 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 13 & 3 & 4 \\ 1 & 6 & 8 & 15 \\ 12 & 11 & 5 & 2 \\ 7 & 0 & 14 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 13 & 0 & 7 \\ 4 & 3 & 14 & 9 \\ 15 & 8 & 5 & 2 \\ 1 & 6 & 11 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 13 & 0 & 7 \\ 1 & 6 & 11 & 12 \\ 15 & 8 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & 14 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 11 & 0 & 14 & 5 \\ 12 & 7 & 9 & 2 \\ 1 & 10 & 4 & 15 \\ 6 & 13 & 3 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 & 0 & 14 & 5 \\ 6 & 13 & 3 & 8 \\ 1 & 10 & 4 & 15 \\ 12 & 7 & 9 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 & 0 & 13 & 6 \\ 12 & 7 & 10 & 1 \\ 2 & 9 & 4 & 15 \\ 5 & 14 & 3 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 & 0 & 13 & 6 \\ 5 & 14 & 3 & 8 \\ 2 & 9 & 4 & 15 \\ 12 & 7 & 10 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 11 & 0 & 7 & 12 \\ 6 & 13 & 10 & 1 \\ 8 & 3 & 4 & 15 \\ 5 & 14 & 9 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 & 0 & 7 & 12 \\ 5 & 14 & 9 & 2 \\ 8 & 3 & 4 & 15 \\ 6 & 13 & 10 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 & 5 & 14 & 0 \\ 12 & 2 & 9 & 7 \\ 1 & 15 & 4 & 10 \\ 6 & 8 & 3 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 & 5 & 14 & 0 \\ 6 & 8 & 3 & 13 \\ 1 & 15 & 4 & 10 \\ 12 & 2 & 9 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 11 & 5 & 8 & 6 \\ 12 & 2 & 15 & 1 \\ 7 & 9 & 4 & 10 \\ 0 & 14 & 3 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 & 5 & 8 & 6 \\ 0 & 14 & 3 & 13 \\ 7 & 9 & 4 & 10 \\ 12 & 2 & 15 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 & 5 & 2 & 12 \\ 6 & 8 & 15 & 1 \\ 13 & 3 & 4 & 10 \\ 0 & 14 & 9 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 & 5 & 2 & 12 \\ 0 & 14 & 9 & 7 \\ 13 & 3 & 4 & 10 \\ 6 & 8 & 15 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 11 & 6 & 13 & 0 \\ 12 & 1 & 10 & 7 \\ 2 & 15 & 4 & 9 \\ 5 & 8 & 3 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 & 6 & 13 & 0 \\ 5 & 8 & 3 & 14 \\ 2 & 15 & 4 & 9 \\ 12 & 1 & 10 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 & 6 & 8 & 5 \\ 12 & 1 & 15 & 2 \\ 7 & 10 & 4 & 9 \\ 0 & 13 & 3 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 & 6 & 8 & 5 \\ 0 & 13 & 3 & 14 \\ 7 & 10 & 4 & 9 \\ 12 & 1 & 15 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 11 & 6 & 1 & 12 \\ 5 & 8 & 15 & 2 \\ 14 & 3 & 4 & 9 \\ 0 & 13 & 10 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 & 6 & 1 & 12 \\ 0 & 13 & 10 & 7 \\ 14 & 3 & 4 & 9 \\ 5 & 8 & 15 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 & 12 & 7 & 0 \\ 6 & 1 & 10 & 13 \\ 8 & 15 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 9 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 & 12 & 7 & 0 \\ 5 & 2 & 9 & 14 \\ 8 & 15 & 4 & 3 \\ 6 & 1 & 10 & 13 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 11 & 12 & 2 & 5 \\ 6 & 1 & 15 & 8 \\ 13 & 10 & 4 & 3 \\ 0 & 7 & 9 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 & 12 & 2 & 5 \\ 0 & 7 & 9 & 14 \\ 13 & 10 & 4 & 3 \\ 6 & 1 & 15 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 & 12 & 1 & 6 \\ 5 & 2 & 15 & 8 \\ 14 & 9 & 4 & 3 \\ 0 & 7 & 10 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 11 & 12 & 1 & 6 \\ 0 & 7 & 10 & 13 \\ 14 & 9 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 15 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 12 & 1 & 15 & 2 \\ 11 & 6 & 8 & 5 \\ 0 & 13 & 3 & 14 \\ 7 & 10 & 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 1 & 15 & 2 \\ 7 & 10 & 4 & 9 \\ 0 & 13 & 3 & 14 \\ 11 & 6 & 8 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 1 & 10 & 7 \\ 11 & 6 & 13 & 0 \\ 5 & 8 & 3 & 14 \\ 2 & 15 & 4 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 1 & 10 & 7 \\ 2 & 15 & 4 & 9 \\ 5 & 8 & 3 & 14 \\ 11 & 6 & 13 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 12 & 1 & 6 & 11 \\ 7 & 10 & 13 & 0 \\ 9 & 4 & 3 & 14 \\ 2 & 15 & 8 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 1 & 6 & 11 \\ 2 & 15 & 8 & 5 \\ 9 & 4 & 3 & 14 \\ 7 & 10 & 13 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 2 & 15 & 1 \\ 11 & 5 & 8 & 6 \\ 0 & 14 & 3 & 13 \\ 7 & 9 & 4 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 2 & 15 & 1 \\ 7 & 9 & 4 & 10 \\ 0 & 14 & 3 & 13 \\ 11 & 5 & 8 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 12 & 2 & 9 & 7 \\ 11 & 5 & 14 & 0 \\ 6 & 8 & 3 & 13 \\ 1 & 15 & 4 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 2 & 9 & 7 \\ 1 & 15 & 4 & 10 \\ 6 & 8 & 3 & 13 \\ 11 & 5 & 14 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 2 & 5 & 11 \\ 7 & 9 & 14 & 0 \\ 10 & 4 & 3 & 13 \\ 1 & 15 & 8 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 2 & 5 & 11 \\ 1 & 15 & 8 & 6 \\ 10 & 4 & 3 & 13 \\ 7 & 9 & 14 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 12 & 7 & 10 & 1 \\ 11 & 0 & 13 & 6 \\ 5 & 14 & 3 & 8 \\ 2 & 9 & 4 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 7 & 10 & 1 \\ 2 & 9 & 4 & 15 \\ 5 & 14 & 3 & 8 \\ 11 & 0 & 13 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 7 & 9 & 2 \\ 11 & 0 & 14 & 5 \\ 6 & 13 & 3 & 8 \\ 1 & 10 & 4 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 7 & 9 & 2 \\ 1 & 10 & 4 & 15 \\ 6 & 13 & 3 & 8 \\ 11 & 0 & 14 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 12 & 7 & 0 & 11 \\ 2 & 9 & 14 & 5 \\ 15 & 4 & 3 & 8 \\ 1 & 10 & 13 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 7 & 0 & 11 \\ 1 & 10 & 13 & 6 \\ 15 & 4 & 3 & 8 \\ 2 & 9 & 14 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 11 & 6 & 1 \\ 7 & 0 & 13 & 10 \\ 9 & 14 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 8 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 11 & 6 & 1 \\ 2 & 5 & 8 & 15 \\ 9 & 14 & 3 & 4 \\ 7 & 0 & 13 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 12 & 11 & 5 & 2 \\ 7 & 0 & 14 & 9 \\ 10 & 13 & 3 & 4 \\ 1 & 6 & 8 & 15 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 11 & 5 & 2 \\ 1 & 6 & 8 & 15 \\ 10 & 13 & 3 & 4 \\ 7 & 0 & 14 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 11 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 14 & 9 \\ 15 & 8 & 3 & 4 \\ 1 & 6 & 13 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 11 & 0 & 7 \\ 1 & 6 & 13 & 10 \\ 15 & 8 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 14 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 13 & 0 & 14 & 3 \\ 10 & 7 & 9 & 4 \\ 1 & 12 & 2 & 15 \\ 6 & 11 & 5 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 13 & 0 & 14 & 3 \\ 6 & 11 & 5 & 8 \\ 1 & 12 & 2 & 15 \\ 10 & 7 & 9 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 13 & 0 & 11 & 6 \\ 10 & 7 & 12 & 1 \\ 4 & 9 & 2 & 15 \\ 3 & 14 & 5 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 13 & 0 & 11 & 6 \\ 3 & 14 & 5 & 8 \\ 4 & 9 & 2 & 15 \\ 10 & 7 & 12 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 13 & 0 & 7 & 10 \\ 6 & 11 & 12 & 1 \\ 8 & 5 & 2 & 15 \\ 3 & 14 & 9 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 13 & 0 & 7 & 10 \\ 3 & 14 & 9 & 4 \\ 8 & 5 & 2 & 15 \\ 6 & 11 & 12 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 13 & 3 & 14 & 0 \\ 10 & 4 & 9 & 7 \\ 1 & 15 & 2 & 12 \\ 6 & 8 & 5 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 13 & 3 & 14 & 0 \\ 6 & 8 & 5 & 11 \\ 1 & 15 & 2 & 12 \\ 10 & 4 & 9 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 13 & 3 & 8 & 6 \\ 10 & 4 & 15 & 1 \\ 7 & 9 & 2 & 12 \\ 0 & 14 & 5 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 13 & 3 & 8 & 6 \\ 0 & 14 & 5 & 11 \\ 7 & 9 & 2 & 12 \\ 10 & 4 & 15 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 13 & 3 & 4 & 10 \\ 6 & 8 & 15 & 1 \\ 11 & 5 & 2 & 12 \\ 0 & 14 & 9 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 13 & 3 & 4 & 10 \\ 0 & 14 & 9 & 7 \\ 11 & 5 & 2 & 12 \\ 6 & 8 & 15 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 13 & 6 & 11 & 0 \\ 10 & 1 & 12 & 7 \\ 4 & 15 & 2 & 9 \\ 3 & 8 & 5 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 13 & 6 & 11 & 0 \\ 3 & 8 & 5 & 14 \\ 4 & 15 & 2 & 9 \\ 10 & 1 & 12 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 13 & 6 & 8 & 3 \\ 10 & 1 & 15 & 4 \\ 7 & 12 & 2 & 9 \\ 0 & 11 & 5 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 13 & 6 & 8 & 3 \\ 0 & 11 & 5 & 14 \\ 7 & 12 & 2 & 9 \\ 10 & 1 & 15 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 13 & 6 & 1 & 10 \\ 3 & 8 & 15 & 4 \\ 14 & 5 & 2 & 9 \\ 0 & 11 & 12 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 13 & 6 & 1 & 10 \\ 0 & 11 & 12 & 7 \\ 14 & 5 & 2 & 9 \\ 3 & 8 & 15 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 13 & 10 & 7 & 0 \\ 6 & 1 & 12 & 11 \\ 8 & 15 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 9 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 13 & 10 & 7 & 0 \\ 3 & 4 & 9 & 14 \\ 8 & 15 & 2 & 5 \\ 6 & 1 & 12 & 11 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 13 & 10 & 4 & 3 \\ 6 & 1 & 15 & 8 \\ 11 & 12 & 2 & 5 \\ 0 & 7 & 9 & 14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 13 & 10 & 4 & 3 \\ 0 & 7 & 9 & 14 \\ 11 & 12 & 2 & 5 \\ 6 & 1 & 15 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 13 & 10 & 1 & 6 \\ 3 & 4 & 15 & 8 \\ 14 & 9 & 2 & 5 \\ 0 & 7 & 12 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 13 & 10 & 1 & 6 \\ 0 & 7 & 12 & 11 \\ 14 & 9 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 15 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 14 & 0 & 13 & 3 \\ 9 & 7 & 10 & 4 \\ 2 & 12 & 1 & 15 \\ 5 & 11 & 6 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14 & 0 & 13 & 3 \\ 5 & 11 & 6 & 8 \\ 2 & 12 & 1 & 15 \\ 9 & 7 & 10 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14 & 0 & 11 & 5 \\ 9 & 7 & 12 & 2 \\ 4 & 10 & 1 & 15 \\ 3 & 13 & 6 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14 & 0 & 11 & 5 \\ 3 & 13 & 6 & 8 \\ 4 & 10 & 1 & 15 \\ 9 & 7 & 12 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 14 & 0 & 7 & 9 \\ 5 & 11 & 12 & 2 \\ 8 & 6 & 1 & 15 \\ 3 & 13 & 10 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14 & 0 & 7 & 9 \\ 3 & 13 & 10 & 4 \\ 8 & 6 & 1 & 15 \\ 5 & 11 & 12 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14 & 3 & 13 & 0 \\ 9 & 4 & 10 & 7 \\ 2 & 15 & 1 & 12 \\ 5 & 8 & 6 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14 & 3 & 13 & 0 \\ 5 & 8 & 6 & 11 \\ 2 & 15 & 1 & 12 \\ 9 & 4 & 10 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 14 & 3 & 8 & 5 \\ 9 & 4 & 15 & 2 \\ 7 & 10 & 1 & 12 \\ 0 & 13 & 6 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14 & 3 & 8 & 5 \\ 0 & 13 & 6 & 11 \\ 7 & 10 & 1 & 12 \\ 9 & 4 & 15 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14 & 3 & 4 & 9 \\ 5 & 8 & 15 & 2 \\ 11 & 6 & 1 & 12 \\ 0 & 13 & 10 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14 & 3 & 4 & 9 \\ 0 & 13 & 10 & 7 \\ 11 & 6 & 1 & 12 \\ 5 & 8 & 15 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 14 & 5 & 11 & 0 \\ 9 & 2 & 12 & 7 \\ 4 & 15 & 1 & 10 \\ 3 & 8 & 6 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14 & 5 & 11 & 0 \\ 3 & 8 & 6 & 13 \\ 4 & 15 & 1 & 10 \\ 9 & 2 & 12 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14 & 5 & 8 & 3 \\ 9 & 2 & 15 & 4 \\ 7 & 12 & 1 & 10 \\ 0 & 11 & 6 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14 & 5 & 8 & 3 \\ 0 & 11 & 6 & 13 \\ 7 & 12 & 1 & 10 \\ 9 & 2 & 15 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 14 & 5 & 2 & 9 \\ 3 & 8 & 15 & 4 \\ 13 & 6 & 1 & 10 \\ 0 & 11 & 12 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14 & 5 & 2 & 9 \\ 0 & 11 & 12 & 7 \\ 13 & 6 & 1 & 10 \\ 3 & 8 & 15 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14 & 9 & 7 & 0 \\ 5 & 2 & 12 & 11 \\ 8 & 15 & 1 & 6 \\ 3 & 4 & 10 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14 & 9 & 7 & 0 \\ 3 & 4 & 10 & 13 \\ 8 & 15 & 1 & 6 \\ 5 & 2 & 12 & 11 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 14 & 9 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 15 & 8 \\ 11 & 12 & 1 & 6 \\ 0 & 7 & 10 & 13 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14 & 9 & 4 & 3 \\ 0 & 7 & 10 & 13 \\ 11 & 12 & 1 & 6 \\ 5 & 2 & 15 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14 & 9 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 15 & 8 \\ 13 & 10 & 1 & 6 \\ 0 & 7 & 12 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 14 & 9 & 2 & 5 \\ 0 & 7 & 12 & 11 \\ 13 & 10 & 1 & 6 \\ 3 & 4 & 15 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 15 & 1 & 12 & 2 \\ 8 & 6 & 11 & 5 \\ 3 & 13 & 0 & 14 \\ 4 & 10 & 7 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 & 1 & 12 & 2 \\ 4 & 10 & 7 & 9 \\ 3 & 13 & 0 & 14 \\ 8 & 6 & 11 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 & 1 & 10 & 4 \\ 8 & 6 & 13 & 3 \\ 5 & 11 & 0 & 14 \\ 2 & 12 & 7 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 & 1 & 10 & 4 \\ 2 & 12 & 7 & 9 \\ 5 & 11 & 0 & 14 \\ 8 & 6 & 13 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 15 & 1 & 6 & 8 \\ 4 & 10 & 13 & 3 \\ 9 & 7 & 0 & 14 \\ 2 & 12 & 11 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 & 1 & 6 & 8 \\ 2 & 12 & 11 & 5 \\ 9 & 7 & 0 & 14 \\ 4 & 10 & 13 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 & 2 & 12 & 1 \\ 8 & 5 & 11 & 6 \\ 3 & 14 & 0 & 13 \\ 4 & 9 & 7 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 & 2 & 12 & 1 \\ 4 & 9 & 7 & 10 \\ 3 & 14 & 0 & 13 \\ 8 & 5 & 11 & 6 \end{bmatrix} \\
& \begin{bmatrix} 15 & 2 & 9 & 4 \\ 8 & 5 & 14 & 3 \\ 6 & 11 & 0 & 13 \\ 1 & 12 & 7 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 & 2 & 9 & 4 \\ 1 & 12 & 7 & 10 \\ 6 & 11 & 0 & 13 \\ 8 & 5 & 14 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 & 2 & 5 & 8 \\ 4 & 9 & 14 & 3 \\ 10 & 7 & 0 & 13 \\ 1 & 12 & 11 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 & 2 & 5 & 8 \\ 1 & 12 & 11 & 6 \\ 10 & 7 & 0 & 13 \\ 4 & 9 & 14 & 3 \end{bmatrix} \\
& \begin{bmatrix} 15 & 4 & 10 & 1 \\ 8 & 3 & 13 & 6 \\ 5 & 14 & 0 & 11 \\ 2 & 9 & 7 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 & 4 & 10 & 1 \\ 2 & 9 & 7 & 12 \\ 5 & 14 & 0 & 11 \\ 8 & 3 & 13 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 & 4 & 9 & 2 \\ 8 & 3 & 14 & 5 \\ 6 & 13 & 0 & 11 \\ 1 & 10 & 7 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 & 4 & 9 & 2 \\ 1 & 10 & 7 & 12 \\ 6 & 13 & 0 & 11 \\ 8 & 3 & 14 & 5 \end{bmatrix} \\
& \begin{bmatrix} 15 & 4 & 3 & 8 \\ 2 & 9 & 14 & 5 \\ 12 & 7 & 0 & 11 \\ 1 & 10 & 13 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 & 4 & 3 & 8 \\ 1 & 10 & 13 & 6 \\ 12 & 7 & 0 & 11 \\ 2 & 9 & 14 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 & 8 & 6 & 1 \\ 4 & 3 & 13 & 10 \\ 9 & 14 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 11 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 & 8 & 6 & 1 \\ 2 & 5 & 11 & 12 \\ 9 & 14 & 0 & 7 \\ 4 & 3 & 13 & 10 \end{bmatrix} \\
& \begin{bmatrix} 15 & 8 & 5 & 2 \\ 4 & 3 & 14 & 9 \\ 10 & 13 & 0 & 7 \\ 1 & 6 & 11 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 & 8 & 5 & 2 \\ 1 & 6 & 11 & 12 \\ 10 & 13 & 0 & 7 \\ 4 & 3 & 14 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 & 8 & 3 & 4 \\ 2 & 5 & 14 & 9 \\ 12 & 11 & 0 & 7 \\ 1 & 6 & 13 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15 & 8 & 3 & 4 \\ 1 & 6 & 13 & 10 \\ 12 & 11 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 14 & 9 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

> **nops (Carres) ;**

384

(2.4)

> **b:=eval (subs ([var[1]=1,var[2]=2,var[3]=3,var[4]=4],m)) ;**

$$b := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 24 & 3 \\ 34 & -7 & 11 & -8 \\ -9 & 12 & 14 & 13 \\ 4 & 23 & -19 & 22 \end{bmatrix}$$

(2.5)

> **b:=<<0,1,2,3>|<4,5,6,7>|<8,9,10,11>|<12,13,14,15>>;**

$$b := \begin{bmatrix} 0 & 4 & 8 & 12 \\ 1 & 5 & 9 & 13 \\ 2 & 6 & 10 & 14 \\ 3 & 7 & 11 & 15 \end{bmatrix}$$

(2.6)

> **testcarre(b,4) ;**

```
1 (2.7)
> b:=subs({var[1]=6,var[2]=11,var[3]=13,var[4]=8},m);
      
$$b := \begin{bmatrix} 6 & 11 & 0 & 13 \\ 1 & 12 & 7 & 10 \\ 15 & 2 & 9 & 4 \\ 8 & 5 & 14 & 3 \end{bmatrix}$$
 (2.8)
> testcarre(b,4);
1 (2.9)
>
```