Adrien Richou

IRMAR
Université de Rennes 1
Campus de Beaulieu - 35000 Rennes
tél : +33 (0)2 23 23 58 46

Marié, un enfant, 28 ans
Né le 24 septembre 1982
Nationalité française

Adresse personnelle :
61, rue Anatole le Braz - 35700 Rennes
tél : +33 (0)6 21 67 90 94

e-mail : adrien.richou@gmail.com
http://perso.univ-rennes1.fr/adrien.richou/

Docteur de l'université de Rennes 1
spécialité mathématiques et applications
Ingénieur Supaero

Formation

2007-2010 : **Thèse en mathématiques appliquées** (soutenue le 30 novembre 2010).

Allocataire de recherche dans l'équipe *Processus Stochastiques* de l'Institut de recherche mathématique de Rennes (IRMAR) à l'université de Rennes 1 - UMR 6625 du CNRS (2008-2011)

Moniteur à l'ENS Cachan - Antenne de Bretagne (2008-2011)

Quatrième année à l'ENS Cachan - Antenne de Bretagne (2007).

2006-2007 : **Troisième année** à l'ENS Cachan - Antenne de Bretagne.

Concours d'agrégation externe de mathématiques, rang 35.

2003-2006 : **Élève ingénieur** à l'École Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace (Supaero).

Stage de fin d'étude sur les méthodes numériques probabilistes dans l'équipe OMEGA de l'INRIA à Sophia-Antipolis (avril-août 2006), encadré par Étienne Tanré.

Troisième année à Supaero, option *ingénierie et modélisation des systèmes*, approfondissement *ingénierie financière* (2005-2006).

Master Recherche de mathématiques appliquées filière *Probabilités et Statistiques - Modélisation Stochastique* à l'université Paul Sabatier - Toulouse 3, mention Très Bien (2005-2006).

Licence de mathématiques fondamentales à l'université Paul Sabatier Toulouse 3, mention Bien (2004-2005).

2000-2003 : **Classes préparatoires aux Grandes Écoles** au Prytanée - La Flèche (Sarthe).

1999-2000 : **Baccalauréat scientifique**, série S, spécialité Mathématiques, mention Bien.

Travaux de thèse

Titre : Étude théorique et numérique des équations différentielles stochastiques rétrogrades.

Mots-clés : équations différentielles stochastiques rétrogrades,
contrôle ergodique,
générateur à croissance quadratique,
schéma de discrétisation temporelle,
formule de Feynman-Kac non linéaire.

Directeurs : Philippe Briand (Université de Chambéry)
Ying Hu (IRMAR)

Soutenance : le 30 novembre 2010 à l'IRMAR

Jury :

M. Denis Talay	DR, INRIA Sophia-Antipolis	Président
M. Emmanuel Gobet	PU, École Polytechnique	Rapporteur
M. Nizar Touzi	PU, École Polytechnique	Rapporteur
M. Arnaud Debussche	PU, ENS Cachan - Antenne de Bretagne	Examinateur
M. Philippe Briand	PU, Université de Chambéry	Directeur
M. Ying Hu	PU, Université de Rennes 1	Directeur

Mention : Très honorable.

Publications (jointes en copie)

Revues internationales :

A. Richou, Ergodic BSDEs and related PDEs with Neumann boundary conditions,
publié dans *Stochastic Processes and their Applications*, Volume 119, Issue 9, September 2009, pages 2945-2969.

F. Delbaen, Y. Hu and A. Richou, On the uniqueness of solutions to quadratic BSDEs with convex generators and unbounded terminal conditions,
à paraître dans *Annales de l'Institut Henri Poincaré*, disponible sur les serveurs HAL et arXiv.

A. Richou, Numerical simulation of BSDEs with drivers of quadratic growth,
à paraître dans *Annals of Applied Probability*, disponible sur les serveurs HAL et arXiv.

Rapports

A. Richou, Résolution numérique d'équations différentielles stochastiques rétrogrades à l'aide de la quantification optimale, rapport du stage réalisé à l'INRIA sous la direction d'Étienne Tanré, disponible sur ma page professionnelle.

Compétences

Informatique

Systèmes Linux, Windows, Mac OS X
Langages C, Java, Pascal, Caml, UML
Logiciels Matlab, Scilab, Maple, R, Bureautique, Latex

Langues

Anglais lu, écrit, parlé.
Espagnol quelques notions.

Communications orales

Congrès, conférences et écoles d'été internationaux :

17 juin 2009 Spring school on random differential equations and gaussian fields, Caussens (Gers) - France.

19 mars 2010 Workshop on stochastic control and finance, Roscoff - France.

Congrès, conférences et écoles d'été nationaux :

sept. 2008 Journées de probabilités 2008, Lille.

12 juin 2009 Journées de probabilités 2009, Poitiers.

7 mai 2010 Neuvième colloque Jeunes Probabilistes et Statisticiens, Mont-Dore (Puy de Dôme).

3 fév. 2011 Quatrièmes journées Louis Antoine, Équations non locales et évolution adaptative de populations, Rennes.

Séminaires :

20 oct. 2008 Séminaire triangulaire des universités du Grand Ouest, Brest.

16 oct. 2009 Séminaire de l'équipe $EDPs^2$ du laboratoire de mathématiques de l'université de Savoie, Chambéry.

8 oct. 2010 Journée des doctorants du séminaire Bachelier, Paris.

25 nov. 2010 Séminaire de l'équipe *Probabilités et Statistiques* du laboratoire J.A. Dieudonné, Nice.

10 fév. 2011 Séminaire de Probabilités et Mathématiques financières du laboratoire de mathématiques de l'université d'Évry.

17 fév. 2011 Séminaire de Probabilités et Statistiques du laboratoire de mathématiques de l'université du Maine, Le Mans.

Groupes de travail :

mars 2008 Groupe de travail de l'équipe *Processus Stochastiques* de l'université de Rennes 1, Rennes.

24 juin 2010 Groupe de travail *Probabilités numériques et finance* du laboratoire de probabilités et modèles aléatoires des universités Pierre et Marie Curie et Denis Diderot, Paris.

Participations

18-20 juin 2008 5th colloquium on Backward Stochastic Differential Equations, finance and applications, Le Mans.

25-28 oct. 2010 New advances in Backward SDEs for financial engineering applications, Tamerza - Tunisie.

Divers

Rapporteur pour les revues *Statistics and Probability Letters* et *International Journal of Stochastic Analysis*.

Enseignements

2007-2008 **Khôlleur en mathématiques au lycée Chateaubriand de Rennes**
- en seconde année de BCPST (2h par semaine),
- en MPSI (1h par semaine).

2008-2011 **Moniteur en mathématiques** (64h par an pendant trois ans)
- à l'ENS Cachan - Antenne de Bretagne,
- à l'ENSAI,
- à l'université de Rennes 1.

Préparation à l'agrégation externe de mathématiques
- Cours de préparation à l'écrit (8h) sur la théorie de la mesure, l'intégrale de Lebesgue et la transformée de Fourier, correction du sujet d'analyse de l'agrégation externe de 2001.
- Encadrement de leçon avec Benoît Cadre (1h30).
- Membre de jurys d'oraux blancs de préparation à l'épreuve de modélisation.
- Présentation d'un exemple de leçon d'analyse (1h).
- Présentation d'un exemple de leçon de modélisation pour l'option *Probabilités et Statistiques* (1h).

Niveau Licence 3

Section mathématiques
- T.D. : *Probabilités de Base* pour les élèves de première année du magistère de mathématiques de Rennes (26h), collaboration avec Mihai Gradinaru notamment pour la rédaction des sujets des devoirs maisons, des devoirs surveillés et des examens finaux.
- T.P. : Utilisation du logiciel **Scilab** en complément du cours *Probabilités de Base* pour les élèves de première année du magistère de mathématiques de Rennes (12h), collaboration avec Mihai Gradinaru, rédaction des sujets des devoirs surveillés.
- Complément de cours : leçon sur la construction de $\mathbb{R}$ pour les élèves de première année du magistère de mathématiques de Rennes (2h).

ENSAI
- T.D. : Optimisation en analyse (2h30).
- T.P. : Utilisation du logiciel **R** pour l'optimisation et le calcul numérique (5h00).

Activités de vulgarisation

2008-2009 Participation à l'organisation de la fête de la science à Rennes. Stand de présentation.

Les Équations Différentielles Stochastiques Rétrogrades (EDSRs)

Motivations

Une EDSR est une équation du type

$$Y_t = \xi + \int_t^T f(s, Y_s, Z_s)ds - \int_t^T Z_s dW_s, \quad 0 \leqslant t \leqslant T, \tag{1}$$

où $(W_t)_{0\leqslant t\leqslant T}$ est un mouvement brownien d-dimensionnel défini sur un espace de probabilité complet $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ dont la filtration naturelle augmentée est notée $(\mathcal{F}_t)_{0\leqslant t\leqslant T}$. Les données d'une telle équation sont d'une part la condition terminale ξ, qui est une variable aléatoire $\mathcal{F}_T$-mesurable à valeur dans $\mathbb{R}^k$ et d'autre part, le générateur f, fonction aléatoire définie sur $[0,T] \times \Omega \times \mathbb{R}^k \times \mathbb{R}^{k\times d}$, à valeur dans $\mathbb{R}^k$ et mesurable par rapport aux tribus $\mathcal{P} \otimes \mathcal{B}(\mathbb{R}^k) \otimes \mathcal{B}(\mathbb{R}^{k\times d})$ et $\mathcal{B}(\mathbb{R}^k)$, $\mathcal{P}$ désignant la tribu des événements prévisibles. Résoudre une telle équation consiste à trouver un couple de processus $(Y_t, Z_t)_{0\leqslant t\leqslant T}$ adapté par rapport à la filtration engendrée par le mouvement brownien W et vérifiant l'équation (1).

Les EDSRs ont été introduites, dans le cas où le générateur est une fonction linéaire, par Bismut [1]. Néanmoins, le point de départ de la théorie des équations rétrogrades est l'article de Pardoux et Peng [17], dans lequel ces deux auteurs considèrent des EDSRs dont le générateur est non linéaire par rapport aux deux variables y et z. Depuis, cette théorie n'a cessé de se développer en raison de ses applications dans les domaines des équations aux dérivées partielles (EDPs) à travers la notion de solution de viscosité (voir [16] par exemple), de la finance (voir [8] par exemple) et du contrôle stochastique.

EDSRs ergodiques

Les EDSRs ergodiques ont été introduites par Fuhrman, Hu et Tessitore dans l'article [10]. Résoudre une EDSR ergodique consiste à trouver un couple de processus adaptés $(Y_t, Z_t)_{t\in\mathbb{R}^+}$ et une constante λ, appelée constante d'ergodicité, tels que

$$Y_t = Y_T + \int_t^T [f(X_s, Z_s) - \lambda]ds - \int_t^T Z_s dW_s, \quad \forall t, T \text{ tels que } 0 \leqslant t \leqslant T, \tag{2}$$

où X est la solution d'une EDS. Dans la première partie de ma thèse je me suis intéressé à l'étude des EDSRs ergodiques lorsque X est solution d'une EDS réfléchie dans un compact régulier et lorsque la constante d'ergodicité apparaît dans une intégrale par rapport au temps local de X au bord, noté $(K_t)_{t\in\mathbb{R}}$. Dans ce cadre, résoudre une EDSR ergodique consiste à trouver un couple de processus adaptés $(Y_t, Z_t)_{t\in\mathbb{R}^+}$ et une constante μ tels que

$$Y_t = Y_T + \int_t^T f(X_s, Z_s)ds + \int_t^T [g(X_s) - \mu]dK_s - \int_t^T Z_s dW_s. \tag{3}$$

Dans l'article [18] sont étudiées l'existence de solutions pour une telle équation, l'unicité pour μ ainsi que le lien avec les EDPs. Enfin, ces résultats sont appliqués pour résoudre des problèmes de contrôle ergodique.

EDSRs quadratiques dont la condition terminale est non bornée

Depuis les premiers résultats obtenus sur l'existence et l'unicité de solution pour les EDSRs, l'une des avancées les plus significatives pour cette théorie est due à Kobylanski [14] qui a construit des solutions pour des EDSRs quadratiques, c'est à dire des EDSRs dont le générateur est à croissance quadratique par rapport à la variable z. La question de l'unicité est également traitée dans ce même article avec des hypothèses supplémentaires. La restriction principale de ces premiers résultats est que la condition terminale ξ est supposée bornée, or cette condition n'est pas naturelle car si l'on prend l'EDSR de générateur $|z|^2/2$ on peut montrer par une simple transformation exponentielle que $Y_t := \ln \mathbb{E}[e^{\xi}|\mathcal{F}_t]$ est une solution. On voit ainsi que la bornitude de ξ est une condition a priori trop forte, la simple existence d'un moment exponentiel semblant suffire. Forts de cette remarque, Briand et Hu ont montré dans [3] un résultat d'existence qui nécessite uniquement l'existence d'un moment exponentiel pour ξ. Ils ont également obtenu un résultat d'unicité dans l'article [4] mais sous des hypothèses plus fortes : le générateur doit être convexe en z et ξ doit avoir tous ses moments exponentiels finis. L'article [7] qui est un travail en commun avec Delbaen et Hu consiste justement à améliorer ce résultat d'unicité : le générateur est toujours supposé convexe en z mais nous supposons que ξ possède uniquement un moment exponentiel, ce moment étant naturellement lié à celui qui apparaît dans le résultat d'existence de [3].

Simulations des EDSRs quadratiques

Lorsque l'on s'intéresse aux applications des EDSRs, la question de de la discrétisation temporelle et de la résolution numérique de ces équations se pose tout naturellement. De nombreux travaux ont traité cette question lorsque le générateur est lipschitz en z : voir par exemple [20, 2, 12]. Par contre, peu de résultats existent pour les EDSRs quadratiques. Un résultat de convergence pour la discrétisation temporelle des EDSRs quadratiques a été prouvé par Imkeller et dos Reis dans l'article [13], néanmoins la vitesse obtenue est très mauvaise. La dernière partie de ma thèse a consisté à reprendre cette problématique pour obtenir une vitesse de convergence exploitable en pratique. Nous avons notamment montré qu'il est possible d'avoir pratiquement la même vitesse de convergence que dans le cadre classique, à savoir lorsque le générateur est lipschitz en z. Les résultats obtenus reposent sur une estimation très forte concernant le processus Z, du type :

$$|Z_t| \leqslant \frac{C}{\sqrt{T-t}}, \quad t \in [0,T[.$$

D'un point de vue numérique, il s'avère que ce type d'estimation est très utile pour pouvoir assurer la stabilité de notre schéma de discrétisation. Les résultats théoriques sont obtenus dans un article à paraître dans *Annals of Applied Probability* tandis que des résultats numériques sont présents et commentés dans mon rapport de thèse.

Recherches en cours

Voici les sujets sur lesquels je travaille actuellement ou je souhaite travailler dans un avenir très proche.

- Avec Peter Imkeller et Ying Hu nous cherchons à obtenir l'estimation sur Z du type

  $$|Z_t| \leqslant \frac{C}{\sqrt{T-t}}, \quad t \in [0,T[$$

  dans un cadre plus général que celui pour lequel ce résultat est actuellement démontré. Comme nous l'avons déjà souligné, ce type d'estimation est important pour la simulation d'EDSRs quadratiques, mais il peut également s'appliquer à la résolution de certains problèmes de contrôles stochastiques optimaux (voir [11, 15]).
- Avec Gonçalo dos Reis nous nous intéressons à la discrétisation temporelle des EDSRs quadratiques dans des cas non couverts par les résultats que j'ai obtenus au cours de ma thèse, comme par exemple la situation où la matrice de diffusion de l'EDS sous-jacente est non bornée.
- Avec Philippe Briand nous tentons d'obtenir des résultats d'existence partiels pour des EDSRs quadratiques multidimensionnelles dans un cadre markovien. Notons que le cadre multidimensionnel se comporte beaucoup moins bien que la dimension 1 : À l'heure actuelle le seul résultat connu concernant ce type d'EDSR a été prouvé par Tevzadze dans l'article [19] et les auteurs de [9] ont

exhibé des EDSRs quadratiques multidimensionnelles non markoviennes pour lesquelles il n'y a pas d'existence de solution.

– Avec Jean-François Chassagneux, il est envisagé de travailler sur le problème de simulation des EDSRs multidimensionnelles obliquement réfléchies pour tenter d'améliorer les résultats partiels présents dans l'article [5].
– Avec Arnaud Debussche et Ying Hu, il est envisagé d'améliorer les résultats que j'ai obtenus sur les EDSRs ergodiques en s'appuyant sur des méthodes de couplages utilisées dans l'article [6].

Bibliographie

[1] J. M. Bismut. Théorie probabiliste du contrôle des diffusions. *Mem. Amer. Math. Soc.*, **4**(167) :xiii+130, 1976.

[2] B. Bouchard and N. Touzi. Discrete-time approximation and Monte-Carlo simulation of backward stochastic differential equations. *Stochastic Process. Appl.*, **111**(2) :175–206, 2004.

[3] P. Briand and Y. Hu. BSDE with quadratic growth and unbounded terminal value. *Probab. Theory Related Fields*, **136**(4) :604–618, 2006.

[4] P. Briand and Y. Hu. Quadratic BSDEs with convex generators and unbounded terminal conditions. *Probab. Theory Related Fields*, **141**(3-4) :543–567, 2008.

[5] J. F. Chassagneux, R. Elie, and I. Kharroubi. Discrete-time approximation of multidimensional bsdes with oblique reflections. Prépublication.

[6] A. Debussche, Y. Hu, and G. Tessitore. Ergodic BSDEs under weak dissipative assumptions. arXiv :1004.1755v1.

[7] F. Delbaen, Y. Hu, and A. Richou. On the uniqueness of solutions to quadratic BSDEs with convex generators and unbounded terminal conditions. To appear in *Ann. Inst. Henri Poincaré Probab. Stat.*, 2009.

[8] N. El Karoui, S. Peng, and M. C. Quenez. Backward stochastic differential equations in finance. *Math. Finance*, **7**(1) :1–71, 1997.

[9] C. Frei and G. dos Reis. Equilibria and multidimensional quadratic BSDEs : relations, counterexamples and remedies. Prépublication.

[10] M. Fuhrman, Y. Hu, and G. Tessitore. Ergodic BSDES and optimal ergodic control in Banach spaces. *SIAM J. Control Optim.*, **48**(3) :1542–1566, 2009.

[11] M. Fuhrman and G. Tessitore. The Bismut-Elworthy formula for backward SDEs and applications to nonlinear Kolmogorov equations and control in infinite dimensional spaces. *Stoch. Stoch. Rep.*, **74**(1-2) :429–464, 2002.

[12] E. Gobet, J. P. Lemor, and X. Warin. A regression-based Monte Carlo method to solve backward stochastic differential equations. *Ann. Appl. Probab.*, **15**(3) :2172–2202, 2005.

[13] P. Imkeller and G. dos Reis. Path regularity and explicit convergence rate for BSDE with truncated quadratic growth. *Stochastic Process. Appl.*, 120(3) :348–379, 2010.

[14] M. Kobylanski. Backward stochastic differential equations and partial differential equations with quadratic growth. *Ann. Probab.*, **28**(2) :558–602, 2000.

[15] F. Masiero. Hamilton jacobi bellman equations in infinite dimensions with quadratic and superquadratic hamiltonian. *ArXiv e-prints 1007.1882*, July 2010.

[16] É. Pardoux and S. Peng. Backward stochastic differential equations and quasilinear parabolic partial differential equations. In *Stochastic partial differential equations and their applications (Charlotte, NC, 1991)*, volume **176** of *Lecture Notes in Control and Inform. Sci.*, pages 200–217. Springer, Berlin, 1992.

[17] É. Pardoux and S. G. Peng. Adapted solution of a backward stochastic differential equation. *Systems Control Lett.*, **14**(1) :55–61, 1990.

[18] A. Richou. Ergodic BSDEs and related PDEs with Neumann boundary conditions. *Stochastic Process. Appl.*, **119**(9) :2945–2969, 2009.

[19] R. Tevzadze. Solvability of backward stochastic differential equations with quadratic growth. *Stochastic Process. Appl.*, **118**(3) :503–515, 2008.

[20] J. Zhang. A numerical scheme for BSDEs. *Ann. Appl. Probab.*, **14**(1) :459–488, 2004.