

Exercice 1 Faire un développement limité au voisinage de 0, à l'ordre 1, des fonctions suivantes :

$$f(x) = \sin(e^x - 1), \quad g(x) = \frac{1 + 3x - 2x^2}{(x - 1)^2}, \quad k(x) = \frac{\sin(e^x - 1)}{x}.$$

Exercice 2 Faire un développement limité au voisinage de 0, à l'ordre 2, des fonctions suivantes :

$$f(x) = \tan(x), \quad g(x) = \ln(1 + x), \quad h(x) = \ln(1 + x^2), \quad k(x) = \sqrt{1 + x}.$$

Exercice 3 Faire une représentation graphique, au voisinage de 0, de la fonction

$$f(x) = \frac{1}{1 - x} + \cos(x).$$

Exercice 4 Calculer les limites suivantes, à l'aide d'un développement limité à l'ordre 1.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x)}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 1} - 1}{x}, \quad \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(x)}{x - \pi}.$$

Exercice 5 Calculer les limites suivantes, à l'aide d'un développement limité à l'ordre 2.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{1 - \cos(x)}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x) - 3x}{\ln(x) - x}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x + 1} - 1 - x/2}{x^2}, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x) - x}{x^2}.$$

Exercice 6 Si $f(x) = \arctan(x)$, calculer $f'(x)$ et $f''(x)$, puis donner un développement limité à l'ordre 2 de f au voisinage de 0, puis au voisinage de 1.