

Exercice 1 Calculer les *dérivées* des fonctions suivantes.

$$\begin{aligned} x &\mapsto (3x^2 + 7) \ln x, & x &\mapsto \frac{e^x}{x^2+1}, & x &\mapsto \sqrt{x^4 + 8} \\ x &\mapsto \cos(2 - x), & x &\mapsto \ln(7 - x^2), & x &\mapsto (\sin x + 3)^4. \end{aligned}$$

Exercice 2 Calculer $\int_0^1 x^3 dx$, $\int_1^4 \frac{1}{x^2} dx$, $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$, $\int_1^4 \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$.

Exercice 3 Déterminer les primitives des fonctions suivants en précisant l'intervalle maximal de définition:

$$x \mapsto \cos(3x - 5) \quad x \mapsto \frac{x^2 - 3x + 4}{x} \quad x \mapsto \frac{1}{x - 2}$$

Exercice 4 Supposons que $\int_0^3 \sqrt{9 - x^2} = \frac{9\pi}{4}$ est connue.

Soient $A = \int_0^3 (\sqrt{9 - x^2} - 3) dx$ et $B = \int_0^3 \frac{x^2}{\sqrt{9 - x^2} + 3} dx$. On calcule A , $A+B$ puis B

Exercice 5 Calculer $\int_0^1 e^{-x} dx$, $\int_0^1 x e^{2x} dx$, $\int_0^1 2x e^{x^2} dx$, $\int_0^1 e^x \sqrt{e^x + 3} dx$.

Exercice 6 Calculer l'intégrale suivant (essayez de trouvez une solution par parties et une solution par changement de variables): $\int \frac{\log(x)}{x} dx$

Exercice 7 Déterminer deux réels a et b tels que l'on ait pour tout réel x différent de -1 et 5 : $\frac{1}{x^2 - 4x - 5} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x-5}$. Calculer après $\int_0^2 \frac{1}{x^2 - 4x - 5} dx$.

Exercice 8 Calculer $\int_2^3 \frac{x}{x^2 - 3} dx$, $\int_1^2 \frac{x}{\sqrt{5 - x^2}} dx$ $\int_0^1 \frac{\cos(x)}{1 - \sin(x)^2} dx$

Exercice 9 Trouver les primitives $\int x^2 \sqrt{x^3 + 1} dx$, $\int \frac{x + 1}{x^2 + 2x + 2} dx$, $\int \sin(x) \cos(x) dx$

Le dernier problème permet deux raisonnements différents. Vous les voyez?

Exercice 10 Soient $\lambda, T > 0$. Calculer $I(T) = \int_0^T \lambda e^{-\lambda t} dt$ et $E(T) = \int_0^T t \lambda e^{-\lambda t} dt$
Discuter les limites de $I(T)$ et $E(T)$ quand T tend vers infini.

Exercice 11* Calculer $\int \frac{1}{\sin(x)} dx$, $\int \arctan(x) dx$, $\int \frac{1}{x \ln(x) \ln(\ln(x))} dx$,