

Transformée de Radon

Projections itérées

Ch. Dossal

2008

1 Introduction

Nous allons étudier une méthode itérative pour inverser la transformée de Radon appelée *méthode des projections itérées*. Cette méthode est une méthode classiquement utilisée pour résoudre des systèmes linéaires quelconques. Or la transformée de Radon est une application linéaire. On peut donc considérer le problème d'inversion comme un problème de résolution d'un système linéaire. Dans le cas où l'image mesurée est discrète de taille $n \times n$ et la transformée de Radon est discrète avec $N1$ angles et $N2$ mesures par angle, le système linéaire à résoudre possède $n \times n$ inconnues pour $N1 \times N2$ équations. Que le système admettent plusieurs solutions est déjà un problème mais la taille colossale du système empêche une approche globale directe.

La méthode de projection itérée ne considère jamais le système dans son ensemble mais équation par équation ou block d'équations par block d'équations. L'idée est de modifier les données par étapes. A chaque étape on choisit une direction (un block de $N2$ équations correspondant à un angle θ) et on modifie les données de manière à ce que la transformée de Radon du signal reconstruit pour cet angle θ corresponde exactement aux observations. On itère le processus sur tous les angles, on peut même le faire plusieurs fois pour chaque angle et dans un ordre quelconque.

La reconstruction obtenue dépendra de l'initialisation mais on peut espérer que cette dépendance est faible. En pratique elle l'est si le nombre de mesures est suffisant.

2 Projections Itérées

1. A l'aide des fonctions *RadonAngulaire* et *RetroAngle* du TD précédent écrire une fonction *Proj*

```
Irec=Proj(I,Theta,Rp,interp)
```

prenant en entrée une image *I*, un angle *Theta*, une colonne de la transformée de Radon correspondant à l'angle *Theta* et qui reconstruit une image *Irec* donc la transformée de Radon prise en l'angle *Theta* vaut *Rp* ou est proche de *Rp*.

2. Ecrire un programme qui effectue l'algorithme de projection itéré en parcourant tous les angles dans l'ordre. Faire en sorte que l'algorithme puisse prendre en entrée une initialisation non nulle.
3. Ecrire un programme similaire en sélectionnant les angles aléatoirement.

4. Comparer les différentes interpolation (**Attention, on effectue une iversion en bilinéaire uniquement sur une transformée calculée en bilinéaire ...**) et mesurer en terme de psnr comment évolue la qualité de l'approximation en fonction du nombre d'étapes et du mode de sélection des angles (afficher une courbe). Estimer le nombre d'étapes nécessaires à la convergence.
5. Quelle est l'influence de l'initialisation ?
6. Tester la robustesse au bruit et comparer à la méthode de rétroprojection filtrée.