

GRUPE D'ÉTUDE SUR LES ESPACES SYMÉTRIQUES: PARTIE ALGÈBRIQUE

GUILLAUME RICOTTA

Rappel: Les exposés se déroulent le mercredi entre 12h et 14h en Salle 1.

Nous avons décidé de suivre essentiellement la présentation donnée dans [Kna02] et [Kna86] afin d'avoir une progression cohérente. [Kna02] présente la théorie générale et quelques exemples alors que [Kna86] donne essentiellement des exemples détaillés et fondamentaux.

- Exposé 1 (3 Février, G. Ricotta): **Généralités sur les groupes et algèbres de Lie**. Références: [Kna02][Introduction et Chapitre I] et [Kna86][Appendice A, Chapitre I]. Mots-clefs: groupes linéaires et leur exponentielle, algèbres de Lie (résolubles, nilpotentes, semi-simples, simples), théorèmes de Lie, d'Engel, critère de Cartan, représentations complexes de $\mathfrak{sl}_2(\mathbb{C})$, groupes de Lie et algèbres de Lie.
- Exposé 2 (17 Février, R. Coulangeon): **Algèbres de Lie complexes semi-simples**. Références: [Kna02][Chapitre II] et [Kna86][Appendice C]. Mots-clefs: sous-algèbre de Cartan et son action adjointe sur l'algèbre de Lie, système de racines, matrice de Cartan, diagramme de Dynkin, groupe de Weyl.
- Exposé 3 (? , ?): **Algèbre enveloppante universelle**. Références: [Kna02][Chapitre III] et [Kna86][Chapitre III]. Mots-clefs: construction, théorème de Poincaré-Birkhoff-Witt, interprétation analytique en tant qu'algèbre d'opérateurs différentiels, vecteurs lisses, sous-espace de Garding.
- Exposé 4 (? , ?): **Groupes de Lie compacts**. Références: [Kna02][Chapitre IV] et [Kna86][Chapitre IV]. Mots-clefs: structure des groupes de Lie compacts via leurs représentations, théorème de Peter-Weyl, algèbres de Lie réductives, groupe de Weyl analytique.
- Exposé 5 (? , ?): **Représentations de dimension finie**. Références: [Kna02][Chapitre V] et [Kna86][Chapitres II et IV]. Mots-clefs: théorème du plus haut poids, modules de Verma, isomorphisme d'Harish-Chandra, formule des caractères de Weyl, formule de multiplicité de Kostant, l'astuce unitaire de Weyl (dans le cas de $SU(2)$).
- Exposé 6 (? , ?): **Structure des groupes de Lie semi-simples I**. Références: [Kna02][Chapitre VI] et [Kna86][Chapitre V]. Mots-clefs: décomposition d'Iwasawa, de Cartan sur le groupe de Lie et l'algèbre de Lie, forme réelle compacte d'une algèbre de Lie semi-simple compacte.
- Exposé 6 (? , ?): **Structure des groupes de Lie semi-simples II**. Références: [Kna02][Chapitre VII] et [Kna86][Chapitre V]. Mots-clefs: groupes de Lie réductifs, décomposition de Bruhat, sous-groupes paraboliques et de Cartan.
- Exposé 7 (? , ?): **Intégration**. Références: [Kna02][Chapitre VIII] et [Kna86][]. Mots-clefs: décomposition des mesures de Haar par rapport aux décompositions de Cartan, d'Iwasawa, formule d'intégration de Weyl, formule d'Harish-Chandra.

REFERENCES

- [Kna86] Anthony W. Knaapp. *Representation theory of semisimple groups*, volume 36 of *Princeton Mathematical Series*. Princeton University Press, Princeton, NJ, 1986. An overview based on examples.
- [Kna02] Anthony W. Knaapp. *Lie groups beyond an introduction*, volume 140 of *Progress in Mathematics*. Birkhäuser Boston Inc., Boston, MA, second edition, 2002.