

Numéro d'ordre : 382

Mémoire scientifique
Présenté à l'Université Bordeaux 1

Par
Iraj Mortazavi

En vue d'obtenir
L'Habilitation à Diriger des Recherches

Quelques avancées en modélisation numérique et en
contrôle d'écoulements complexes

Soutenue le 11 octobre 2007

Après avis des rapporteurs

Alessandro Bottaro	Professeur,	Università di Genova
Jean-Michel Ghidaglia	Professeur,	ENS Cachan
Petros Koumoutsakos	Professeur,	ETH Zurich

Devant le jury composé de

Rémi Abgrall	Professeur,	Université Bordeaux 1
Claude Bardos	Professeur,	Université Paris VII
Alessandro Bottaro	Professeur,	Università di Genova
Charles-Henri Bruneau	Professeur,	Université Bordeaux 1
Jean-Paul Caltagirone	Professeur,	Université Bordeaux 1
Georges-Henri Cottet	Professeur,	Université Joseph Fourier
Jean-Michel Ghidaglia	Professeur,	ENS Cachan
André Giovannini	Professeur,	Université Paul Sabatier
Serge Huberson	Professeur,	Université du Poitiers
Angelo Iollo	Professeur,	Université Bordeaux 1
Petros Koumoutsakos	Professeur,	ETH Zurich

Remerciements

Je tiens en premier lieu à remercier Charles-Henri Bruneau. Pendant les neuf ans de mon séjour à Bordeaux, j'ai pu découvrir l'importance de sa rigueur scientifique et de ses qualités humaines. Notre collaboration a été un élément fondamental dans ma recherche ; ce travail lui doit beaucoup et j'espère de tout coeur que nos échanges continueront dans le futur.

La présence bienveillante de Claude Bardos, qui a accepté de devenir président de mon jury, est aussi un grand honneur pour moi. Je remercie ce grand scientifique pour l'amitié et le soutien qu'il m'a toujours réservés.

Les contributions internationales d'Alessandro Bottaro dans le domaine du contrôle d'écoulements ont été essentielles. Il a également accepté d'être le rapporteur de mon HDR : pour ces deux raisons, qu'il reçoive ici l'expression de ma profonde gratitude.

J'ai eu la chance de croiser le chemin de Jean-Michel Ghidaglia dans mon parcours scientifique. Je le remercie d'avoir contribué à lancer ma carrière post-doctorale en m'accueillant à l'ENS Cachan et pour les discussions fructueuses que nous avons eues ensemble. Je le remercie également d'avoir endossé le rôle de rapporteur sur mes activités de recherche.

Tout comme je tiens à remercier Petros Koumoutsakos. Ce penseur polydisciplinaire - et à ce titre digne descendant des philosophes grecs - est une référence incontestable dans tous les domaines abordés dans cette HDR. Lui aussi m'a fait l'insigne honneur de devenir mon rapporteur.

André Giovannini, qui m'a beaucoup aidé dans ma démarche de découverte des méthodes vortex durant ma thèse, a également accepté d'être membre de mon jury. Qu'il reçoive en retour tous mes chaleureux remerciements. Merci également à deux autres membres de l'assemblée, Georges-Henri Cottet et Serge Huberson, qui ont largement contribué au développement des méthodes vortex modernes. J'ai toujours pu profiter de leur grande expertise et de leurs techniques lors de nos échanges.

Merci à Remi Abgrall et à Angelo Iollo, qui m'ont fréquenté au quotidien pendant des années dans notre laboratoire bordelais, d'avoir participé à cette docte assemblée. Je veux redire ici le grand plaisir que j'ai de les avoir comme collègues.

Merci encore à notre voisin, Jean Paul Caltagirone, pour sa participation fructueuse. J'espère que nos échanges continueront et même s'amplifieront dans l'avenir.

Thierry Colin, le responsable du projet MC2 de l'INRIA Bordeaux, est pour moi un scientifique visionnaire. Il a su aussi prendre le risque de m'intégrer à son projet. Je le remercie pour son amitié et pour la confiance qu'il m'a accordée. Je remercie aussi très chaleureusement Guy Métivier directeur de l'IMB pour son recul et sa bienveillance de sage.

Merci à Pierre Fabrie, directeur de l'école d'ingénieurs Matmeca. J'ai eu le plus grand plaisir du monde à collaborer avec un mathématicien appliqué de si haut niveau.

Merci à Christophe Bacon et Pierre Charrier : j'ai beaucoup aimé nos échanges pédagogiques.

Un grand merci à Emmanuel Creusé. Je l'ai connu quand il était encore en thèse. Le travail qu'on a initié à cette époque s'est transformé au fil des ans en une collaboration extrêmement fructueuse, et agréable en continu. Je suis certain qu'elle se prolongera. Merci à mes autres collaborateurs à l'Imperial College : Denis Doorly, Anthi Miliou et Spencer Sherwin. Merci à Patrick Gilliéron de Renault pour notre collaboration très enrichissante. Merci à Bernard Bremond et Olivier Piller du Cemagref. Merci à mes anciens et nouveaux thésards, Guillaume Gancel, Delphine Deyperas et Elodie Jaumouillé pour leur assiduité, et leur sens de l'investissement collectif.

Merci encore à Pierre Micheau, mon ancien directeur de thèse, qui m'a fait l'honneur et l'amitié d'assister à cette soutenance, interrompant une retraite catalane bien méritée.

Merci à mes amis et collègues : Mejdi Azaiez, Vuk Milisic, Mario Ricuitto, Mazen Saad, Benjamin Texier, Lisl Weynans..... Merci à mon collègue et colocataire David Lannes. Merci à tous mes collègues de l'IMB et de l'INRIA pour l'ambiance agréable qu'ils ont créée dans nos locaux.

Merci à l'équipe informatique de l'IMB pour son accueil toujours chaleureux et sa disponibilité ; merci encore à tout le personnel administratif de l'IMB, de l'INRIA et de l'école Matmeca, et en particulier à Elisabeth Dubuisson, Philippe Depouilly si généreusement disponible, Sandrine Layrisse, Genevieve Castagnede, Cathy Métivier, Brigitte Cournou, Khodor Khadra.

J'ai certainement omis de citer des collègues qui m'ont beaucoup apporté ; j'espère qu'ils ne m'en tiendront pas rigueur. Enfin, je remercie profondément ma famille et mes ami(e)s pour leur présence à mes côtés durant toutes ces années. Mes remerciements se tournent en particulier vers mon père, Manoutchehr Mortazavi, qui m'a transmis un peu de sa curiosité intellectuelle et, du moins je l'espère, une part de son éthique humaniste.

Je finirai cette séquence de remerciements sur une parabole *vorticale* : je donne rendez-vous à toutes les personnes citées ou évoquées ci-dessus dans un futur proche, à l'occasion d'un de ces cycles aléatoires du *Tourbillon de la vie* chanté par Jeanne Moreau.

Table des matières

Introduction	7
1 Identification des structures cohérentes	9
1 Introduction	9
2 Identification bidimensionnelle	10
2.1 Ecoulement au dessus d'un dièdre plan	10
2.2 Le schéma numérique	11
2.3 Identification des structures cohérentes	14
3 Identification tridimensionnelle	20
4 Conclusion	23
2 Méthode de pénalisation et contrôle passif	29
1 Introduction	29
2 Les modèles solide-poreux-fluide	31
2.1 Description physique	31
2.2 Réduction de la couche poreuse à une condition aux limites	32
2.3 Couplage des équations de Darcy ou Brinkman aux équations de Navier-Stokes	33
2.4 La méthode de Pénalisation	34
3 Simulation numérique et contrôle passif	35
3.1 Simulation numérique	35
3.2 Contrôle passif et régularisation d'écoulements	36
3.3 Contrôle des VIV autour d'une conduite	38
3.4 Contrôle de l'écoulement autour du corps d'Ahmed	40
4 Conclusion	46
3 Contrôle laminaire	51
1 Introduction	51
2 Simulation numérique et domaine de calcul	52
3 Validation de la simulation non-contrôlée	53
4 Contrôle	54
4.1 Méthode et coefficients de contrôle	54
4.2 Coût du processus de contrôle	55
4.3 Objectif du contrôle	55
5 Résultats numériques	55
5.1 Variation de la fréquence	56
5.2 Variation de l'amplitude	58
6 Conclusion	59

4	Méthodes Vortex et contrôle actif	63
1	Introduction	63
2	Méthodes vortex	64
2.1	Technique des noyaux tourbillonnaires	65
2.2	Variables discrètes et convergence de techniques lagrangiennes	65
2.3	Ecoulement derrière un mélangeur	69
2.4	Méthodes <i>Cloud-In-Cell</i>	71
2.5	Validation des méthodes <i>Cloud-In-Cell</i>	71
2.6	Contrôle actif derrière une marche descendante par des flux pulsés	73
3	Conclusion	76
5	Réseaux d'alimentation en eau potable	79
1	Introduction	79
2	Modèle physique	80
2.1	Problème direct	80
2.2	Equations de sensibilité	81
3	Modèle numérique	81
3.1	Schéma numérique TVD	81
3.2	Méthode des pas fractionnaires	82
4	Résultats : Le réseau de <i>Brushy Plains</i>	83
5	Conclusion	84
	Conclusions	87

Introduction

L'objectif de ce travail est d'obtenir des simulations numériques fiables et performantes pour des problèmes provenant de la physique ou de l'industrie. Nous délimitons essentiellement notre champ d'application à la mécanique des fluides (identification de structures cohérentes, dynamique tourbillonnaire, problèmes de contrôle, milieux poreux, ...). Ces problèmes sont étudiés à l'aide d'outils numériques spécifiquement conçus. En particulier, nous voulons développer des techniques performantes pour manipuler et contrôler des écoulements tourbillonnaires en présence de parois solides. Le contrôle consiste à modifier les propriétés de la couche limite et le processus de déclenchement des tourbillons de manière à minimiser les forces aérodynamiques ou à régulariser l'écoulement. Cela peut être réalisé par des stratégies de contrôle actif (avec rajout d'énergie) ou passif (sans rajout d'énergie). La réalisation de ces approches de contrôle nécessite au préalable des techniques d'analyse et des méthodes numériques appropriées.

Notre travail comprend trois étapes principales : de modélisation, de simulation numérique et de contrôle des écoulements. Les fluides étudiés sont principalement newtoniens et incompressibles. Etant donnée la complexité des phénomènes rencontrés une partie des travaux porte sur la mise au point d'outils de diagnostic. Par ailleurs, ces écoulements sont simulés par des méthodes numériques à chaque fois appropriées aux problèmes physiques rencontrés (méthodes vortex, méthode de pénalisation etc.). L'angle d'attaque n'est donc pas la recherche ou l'étude de techniques numériques universelles mais au contraire la mise au point de modèles et de méthodes parfaitement adaptés à leurs champs d'application.

Notre but consiste ensuite à développer des techniques de contrôle ou d'optimisation et des méthodes numériques qui répondent à des besoins clairement exprimés par le monde industriel. Il est évidemment difficile de proposer un dispositif ou un algorithme qui répondent à des besoins aussi différents que diminuer la traînée d'un véhicule terrestre, modifier le déclenchement tourbillonnaire dans une chambre de combustion ou réduire les vibrations induites sur une conduite par des courants marins. Aussi nous proposons plusieurs études qui vont s'attacher à répondre au mieux à ces différents besoins, en innovant sur divers plans grâce au savoir-faire acquis au cours de ces dernières années. Nous proposons par exemple d'utiliser des couches poreuses pour régulariser l'écoulement autour d'une conduite et réduire les vibrations, ou pour diminuer la traînée d'un véhicule terrestre, ou bien encore d'appliquer des techniques de boucle fermée pour manipuler la dynamique tourbillonnaire derrière un mélangeur ou dans un canal de combustion.

Le premier chapitre de ce travail présente des techniques d'identification des structures cohérentes présentes dans les écoulements bidimensionnels et tridimensionnels. Le critère de Weiss provenant de l'analyse incompressible est validé pour un écoulement faiblement compressible au dessus d'un dièdre plan. On cherche ensuite à définir un seuil numérique permettant d'atteindre le niveau d'identification le plus précis possible. La deuxième partie du chapitre est consacrée à l'identification des structures cohérentes présentes dans l'écoulement tridimensionnel d'un fluide visqueux et à la définition du paramètre de coupure.

Le second chapitre est consacré au contrôle passif d'un écoulement derrière des obstacles, en

intégrant aux parois des zones poreuses. Pour atteindre cet objectif, une revue des modèles mis au point pendant ces dernières décennies est tout d'abord présentée, afin de choisir convenablement le modèle le plus approprié aux porosités élevées et aux géométries complexes considérées dans cette étude. La méthode de pénalisation est choisie et adaptée pour modéliser les différents milieux, qui sont tous considérés comme poreux. Le fluide est identifié à un milieu poreux de perméabilité infinie et le solide à un milieu poreux de perméabilité nulle. Cela permet de représenter simultanément des milieux fluide, solide et poreux en fonction d'un même paramètre. La seconde partie du chapitre décrit la méthode de simulation directe avant de passer à la description et à la validation de la technique de contrôle passif pour réduire les vibrations induites autour d'une conduite ainsi que la traînée autour de véhicules terrestres.

Le troisième chapitre porte sur la validation des simulations numériques directes et sur l'adaptation d'une technique de contrôle, basée sur l'oscillation de l'écoulement d'entrée, afin de modifier la dynamique du déclenchement tourbillonnaire, le phénomène de transport et la stationnarité d'un écoulement à bas nombre de Reynolds. L'efficacité du contrôle est vérifiée en fonction de la variation de la fréquence et de l'amplitude des oscillations à l'entrée.

Dans le quatrième chapitre la convergence numérique des méthodes vortex bidimensionnelles pour les écoulements complexes et confinés à grands nombres de Reynolds est étudiée, en fonction de trois paramètres de discrétisation principaux. Deux de ces paramètres sont liés à la discrétisation spatiale de la vorticité et le troisième au pas de temps. Les comportements dus au manque de précision et à l'absence de stabilité sont ainsi analysés. De plus, l'erreur due à la méthode de marche aléatoire est étudiée. Une fois définie une zone de précision et de stabilité, le schéma de calcul est utilisé pour étudier et contrôler des écoulements tourbillonnaires, et les phénomènes observés sont alors considérés comme réalistes.

En particulier, à la fin du chapitre, des techniques de contrôle en boucle ouverte et boucle fermée sont conçues pour modifier les mécanismes du déclenchement tourbillonnaire dans un écoulement transitionnel de marche descendante.

Finalement, dans le dernier chapitre les équations de sensibilité instationnaires pour les réseaux d'alimentation en eau potable sont r solv es. Cette résolution est complétée par un couplage au problème direct. On montre qu'une méthode de pas fractionnaires avec un schéma à variation totale décroissante est appropriée dans ce cas. Cette approche est ensuite validée pour un cas test de réseau d'eau potable.

Une synthèse des résultats ainsi qu'une description des perspectives sont effectuées dans la conclusion.

Chapitre 1

Identification des structures cohérentes bidimensionnelles et tridimensionnelles

La première partie de ce chapitre est consacrée à l'identification des structures cohérentes présentes dans l'écoulement 2D d'un fluide visqueux au dessus d'un dièdre plan. Le critère de Weiss provenant de l'analyse incompressible est validé pour un écoulement faiblement compressible. Nous mettons en évidence que le critère de Weiss est tout à fait pertinent. En effet, il permet de séparer les structures cohérentes de la couche limite. Ensuite on se penche sur la définition d'un seuil numérique pour atteindre le niveau d'identification le plus précis possible. La deuxième partie du chapitre est consacrée à l'identification des structures 3D.

Mots clés : Structures cohérentes, méthodes volumes finis, dièdre plan, conduite courbée.

1 Introduction

L'identification des Structures Cohérentes (SC) représente un élément important de la dynamique des écoulements réels ([19, 26, 16]). En effet, ces structures sont principalement convectées par l'écoulement, et constituent des entités qui demeurent quasi intactes au cours du temps ([12]). Elles transportent de plus une bonne partie de l'enstrophie [2]. Plusieurs stratégies d'identification existent. La plus naturelle consiste à visualiser les isovaleurs de la vorticité. Si cette première méthode permet de se faire une bonne idée de la localisation des tourbillons ([21]), elle n'est toutefois pas suffisamment précise dès qu'il s'agit d'isoler ces tourbillons. Un critère de détection utilisant un seuil de vorticité fixé a priori ne donne pas de résultats fiables. En effet, si par définition il permet d'isoler les parties de l'écoulement dans lesquelles la vorticité est la plus forte (en valeur absolue), il n'arrive pas toujours à distinguer les zones cohérentes des zones non cohérentes. Weiss a alors proposé [26] une méthode plus satisfaisante pour un fluide incompressible, qui consiste à identifier aux zones cohérentes la partie de l'écoulement dans laquelle la vorticité domine la déformation, et aux zones non cohérentes le reste de l'écoulement. Cela revient à considérer la nature des valeurs propres du tenseur des gradients de vitesse : si celles-ci sont complexes, le mouvement est localement elliptique et correspond à une zone cohérente ; si elles sont réelles, le mouvement est localement hyperbolique et correspond à une zone non cohérente ([14]). Dans ce travail, on se propose de généraliser l'utilisation du critère de Weiss ([26],[2]) au cas d'un fluide faiblement compressible, et de comparer ce critère aux deux autres critères précités ([7],[8]). Pour cela, on utilise une simulation numérique directe d'un fluide visqueux faiblement compressible (Nombre de Mach = 0.2) [3] au dessus d'un dièdre plan (figure 1.1). On explique tout d'abord en quoi le critère de Weiss peut être appliqué au cas faiblement compressible, par un argument basé sur des constatations numériques, puis par une justification

théorique à partir des équations générales de Navier–Stokes. On constate alors sur l'exemple les défauts des deux critères utilisant la vorticité. Les isolignes de vorticité englobent tout le domaine rotationnel et empêchent d'isoler rigoureusement les tourbillons. L'utilisation du critère de seuil de vorticité avec un seuil trop grand empêche de détecter les structures cohérentes, alors que l'utilisation de ce même critère avec un seuil trop petit détecte également des zones de cisaillement non cohérentes. Cela est dû au fait que l'analyse de la seule vorticité omet de prendre en compte un élément clé, qui est le comportement quasi idéal du fluide à l'intérieur de la structure cohérente, caractérisé par une déformation faible par rapport à la rotation [1]. C'est également pourquoi le critère de Weiss donne des résultats utiles. Enfin, même si le critère de Weiss ne nécessite aucun seuil théorique donné a priori, il est nécessaire de spécifier un seuil numérique ε pour sa mise en oeuvre. La détermination de ce paramètre est effectuée en considérant l'intersection des tangentes à l'origine et à l'infini   la courbe donnant le pourcentage d'ensrophie contenue dans les zones cohérentes détectées par le critère de Weiss en fonction du paramètre ε choisi ([7],[8]). Ce critère de détection étant validé, il peut être utilisé de façon pertinente afin d'établir certaines propriétés intrinsèques aux tourbillons, en fonction du nombre de Reynolds : nombre et taille des tourbillons, pourcentage d'ensrophie de l'écoulement qu'ils transportent, etc.

La deuxième partie du chapitre est consacrée à l'identification des structures cohérentes présentes dans l'écoulement tridimensionnel d'un fluide visqueux à bas nombre de Reynolds ([9], [14], [10]) avec des géométries complexes ([20]). Une des issues importantes de ce processus d'identification est le besoin de spécifier un seuil numérique λ_2 pour tenir compte des limites de précision de ce genre de calcul, en ce qui concerne l'interface des structures identifiées ([20]). Dans ce travail, ce seuil a été étudié et appliqué à un écoulement externe autour de tuyaux courbés.

2 Identification bidimensionnelle

2.1 Ecoulement au dessus d'un dièdre plan

L'écoulement sur un dièdre plan, vue l'évolution progressive et lente de la création de vorticité, permet de mieux diagnostiquer son changement avec le nombre de Reynolds. Cette configuration met directement en évidence le lien entre la génération du rotationnel sur les parois solides et la dynamique de l'écoulement.

Par ailleurs, cette géométrie correspond à une section d'aile d'avion. L'étude approfondie des interactions tourbillonnaires sur une portion d'aile est importante ; elle montre la nécessité d'un outil d'identification précise des SC. Une fois les outils de calcul et de diagnostic mis au point, ces techniques d'identification seront appliquées à l'analyse d'écoulements sur le dièdre, pour les cas laminaire et transitionnel ([7]).

La configuration du dièdre est représentée en figure 1. Les paramètres du domaine sont les suivants :

- L : Longueur totale du domaine de simulation ;
- h : Hauteur du domaine ;
- l : Distance AB ;
- x_0 : Distance de A du point d'attaque ;
- δ : Hauteur de la couche limite   l'entrée du domaine ;
- α : L'angle du dièdre ;
- ν : Viscosité cinématique ;
- u_∞ : Vitesse dans le domaine (horizontale).

Par ailleurs, u, v, p et ρ représentent respectivement les deux coordonnées de la vitesse, la pression et la densité.

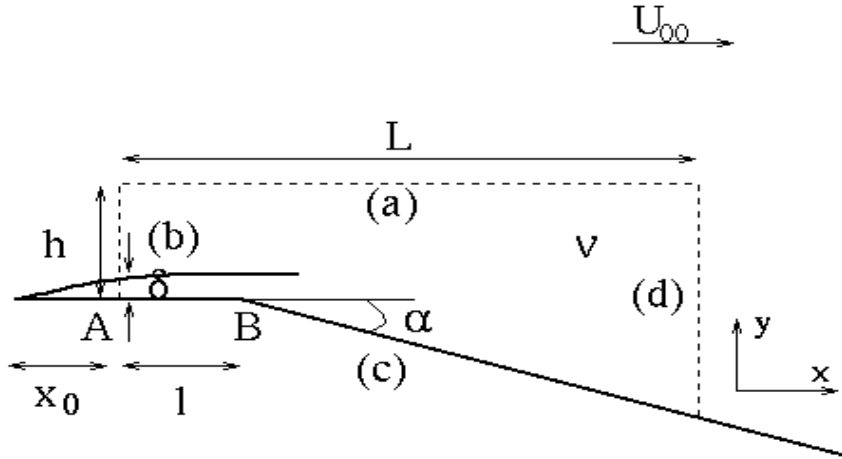


FIG. 1.1 – Configuration du dièdre.

Les caractéristiques du nombre de Reynolds sont alors définies par :

$$Re_{x_0} = \frac{x_0 u_\infty}{\nu},$$

ou

$$Re_\delta = \frac{\delta u_\infty}{\nu}.$$

Dans ce travail, x_0 et ν sont toujours constants. Quand on double u_∞ , Re_{x_0} est également doublé, mais Re_δ est multiplié par $\sqrt{2}$ puisque δ est divisé par $\sqrt{2}$. Les valeurs adimensionnées sont :

$$\begin{cases} u_{ref} = u_\infty, \\ l_{ref} = \delta_{200}, \end{cases}$$

où δ_{200} est la hauteur de la couche limite à l'entrée du domaine de simulation à $Re_\delta = 200$. Tous les calculs sont effectués en utilisant ces valeurs adimensionnées. On choisit aussi :

$$\begin{cases} L = 48\delta_{200}, \\ h = 24\delta_{200}, \\ l = 8\delta_{200}. \end{cases}$$

2.2 Le schéma numérique

Les équations de Navier–Stokes, 2D et compressibles, sont données sous forme adimensionnée par :

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \cdot F(U) = \frac{1}{Re} \nabla \cdot G(U, \nabla U), \\ U(t=0) = U_0, \end{cases}$$

avec :

$$U = [\rho, \rho u, \rho v, \rho E]^T.$$

L'énergie totale par unité de masse est notée E , et Re est le nombre de Reynolds numérique. Les flux convectifs sont donnés par :

$$F_x(U) = [\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, (\rho E + p)u]^T,$$

$$F_y(U) = [\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, (\rho E + p)v]^T.$$

De même, pour la diffusion :

$$G_x(U, \nabla U) = [0, \sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \beta_x]^T,$$

$$G_y(U, \nabla U) = [0, \sigma_{xy}, \sigma_{yy}, \beta_y]^T,$$

où :

$$\begin{aligned} \beta_x &= u\sigma_{xx} + v\sigma_{xy} + \frac{\gamma k}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x}, \\ \beta_y &= u\sigma_{xy} + v\sigma_{yy} + \frac{\gamma k}{Pr} \frac{\partial T}{\partial y}, \end{aligned}$$

et T est la température, $\gamma = 1,4$, $k = 1$ sont des coefficients liés aux propriétés du fluide, $Pr = 0,72$ est le nombre de Prandtl, et :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y}, \\ \sigma_{yy} &= \frac{4}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x}, \\ \sigma_{xy} &= \sigma_{yx} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}. \end{aligned}$$

Le système est fermé par l'équation d'état :

$$p = (\gamma - 1) \rho T,$$

et par la relation suivante :

$$\rho E = \frac{1}{2} \rho \|\vec{u}\|^2 + \frac{p}{\gamma - 1}.$$

Les équations de Navier-Stokes sont résolues par un solveur direct ([3, 7]) basé sur des grilles triangulaires non-structurées de 201×101 noeuds. Pour obtenir une meilleure résolution de la couche limite et des instabilités dues à la séparation, le maillage est raffiné verticalement près des parois et horizontalement autour du point B . Pour les grands Re_δ (par ex. $Re_\delta = 800$), 11 noeuds sont introduits à la hauteur de la couche limite à l'entrée.

Le schéma numérique est explicite en temps. Afin d'obtenir la valeur de U_i^{n+1} au noeud et

A_l à l'instant t^{n+1} , nous avons besoin de trouver les dérivées spatiales de flux $D(U_l^n)$ à A_l et au temps t^n :

$$D(U_l^n) = - \left(\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} \right)_l^n + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial G_x}{\partial x} + \frac{\partial G_y}{\partial y} \right)_l^n.$$

La dérivée convective $\left(\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} \right)_l^n$ est évaluée par une méthode de volumes finis associée à un solveur de Roe. La résolution spatiale d'ordre 2 est améliorée par une approche de type M.U.S.C.L. Aucun limiteur de flux n'est nécessaire et les solutions sont alors continues. Par ailleurs, les dérivés diffusives $\left(\frac{\partial G_x}{\partial x} + \frac{\partial G_y}{\partial y} \right)_l^n$ sont obtenues par une méthode classique d'éléments finis P_1 . L'intégration en temps est effectuée par une méthode de Heun d'ordre 2.

Pour finir, nous allons définir les conditions aux limites :

Pour la frontière (a), une condition non-réfléchissante basée sur l'extrapolation de la pression est utilisée [23]. Les conditions aux limites pour un écoulement non-visqueux sont alors imposées pour spécifier le vecteur L , composé des amplitudes des ondes caractéristiques perpendiculaires à cette frontière :

$$L = \begin{pmatrix} (u_n - c) \left(\frac{\partial p}{\partial n} - \rho c \frac{\partial u_n}{\partial n} \right) \\ u_n \left(c^2 \frac{\partial \rho}{\partial n} - \frac{\partial p}{\partial n} \right) \\ u_n \left(\frac{\partial u_\tau}{\partial n} \right) \\ (u_n + c) \left(\frac{\partial p}{\partial n} + \rho c \frac{\partial u_n}{\partial n} \right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \end{pmatrix}.$$

u_n et u_τ sont les vitesses normale et tangentielle à la limite (a). On sait que pour un écoulement subsonique $u_n + c > 0$ et $u_n - c < 0$, ce qui signifie une discrétisation à l'intérieur du domaine de calcul et un rappel de pression pour spécifier la pression statique :

$$L_1 = K(p - p_\infty),$$

où K est une constante. Les conditions aux limites visqueuses sont :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{n\tau}}{\partial n} = 0, \\ \frac{\partial^2 T}{\partial n^2} = 0. \end{cases}$$

Sur la frontière (b), la vitesse et la température sont imposées en respectant la loi de Blasius :

$$\begin{cases} u = u_{imp}(y), \\ v = v_{imp}(y), \\ T = T_0. \end{cases}$$

La densité ρ est obtenue à partir de l'équation de continuité compatible avec les conditions aux limites précédentes [23]. On obtient ainsi la pression à partir de l'équation de l'état.

Pour la frontière (c), qui correspond à un mur isotherme, la vitesse est éliminée et la température est définie par :

$$\begin{cases} u &= 0, \\ v &= 0, \\ T &= T_0. \end{cases}$$

Il reste l'équation de la conservation de la masse afin d'en déduire la densité ρ , qui nous donnera en même temps la valeur de la pression par l'équation d'état.

Pour la sortie (d), une nouvelle condition aux limites non-réfléchissante de sortie est utilisée dans ce travail [3]. Hernandez [15] avait montré que les conditions aux limites non-réfléchissantes du même type que celle utilisée pour la frontière (a) ne donnaient pas de résultats physiques. Pour surmonter cette difficulté Bruneau et Creusé ([3]) ont proposé une nouvelle technique d'évaluation de L_1 quand $u_n > 0$ (ou L_1, L_2 et L_3 quand $u_n < 0$). Avec cette nouvelle technique, une solution de référence stationnaire, obtenue avec un plus petit nombre de Reynolds à partir de la même configuration (avec une zone tampon), est utilisée pour discrétiser les L_i ($i = 1, 2$ et 3) d'une façon plus appropriée à la physique du problème [3]. Cette condition a la spécificité d'empêcher les remontées d'ondes acoustiques lorsqu'un tourbillon traverse la frontière de sortie. Les conditions aux limites visqueuses restent les mêmes que pour la frontière (a).

2.3 Identification des structures cohérentes

Ayant mis en évidence l'amélioration apportée par cette condition aux limites sur la configuration du dièdre, nous nous proposons ici d'étudier l'écoulement sur cette configuration. Les paramètres dont la signification est mentionnée sont ceux utilisés pour le dernier test de cette dernière partie :

$$n = 40, m = 24, \alpha = 10^\circ.$$

Le maillage est structuré, et composé de 201×101 noeuds, distribués selon plusieurs progressions géométriques. Nous commençons par justifier l'utilisation du critère de Weiss [26] pour identifier les structures cohérentes évoluant dans l'écoulement. Puis, nous définissons un paramètre de *coupure* pour optimiser le processus d'identification. Enfin, la corrélation entre plusieurs variables significatives de cet écoulement, pour $Re_\delta = 400$ et $Re_\delta = 800$, est vérifiée.

Une première partie du travail consiste à se demander quel est, pour cette configuration, le moyen le plus approprié pour définir une structure cohérente (SC), ou tourbillon. Depuis la définition d'un tourbillon par Lugt comme "plusieurs particules de matière tournant autour d'un centre commun" [19], de nombreux auteurs se sont penchés sur la question. Un état de l'art a été effectué par Jeong et Hussain en 1995 [16], qui tracent les limites de chacun des principaux critères utilisés jusqu'alors et qui proposent un nouveau critère, identique au critère de Weiss en bidimensionnel. Nous allons ici mettre en évidence sur notre configuration qu'un critère de type *seuil de vortacité* gagne à être complété par l'utilisation du critère de Weiss pour identifier les structures cohérentes.

Le critère seuil de vortacité

Afin d'isoler les tourbillons, une première idée serait de considérer les régions de l'écoulement pour lesquelles :

$$|\omega| = \left| \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right| > \varepsilon, \quad (1)$$

où ε serait un paramètre à régler en fonction de l'écoulement étudié. Ce critère est basé sur l'idée que l'intensité de la vortacité à l'intérieur des structures tourbillonnaires est plus élevée qu'à l'extérieur de celles-ci.

Le critère de Weiss

Considérant un fluide non visqueux incompressible, son évolution temporelle est gouvernée par les équations d'Euler bidimensionnelles :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} &= -\nabla p, \\ \operatorname{div} \vec{u} &= 0,\end{aligned}\quad (2)$$

où $\vec{u} = (u, v)$ est le vecteur vitesse et p la pression. Afin d'étudier les déformations du champ de vortacité, Weiss propose d'écrire l'équation vérifiée par le gradient de vortacité $\nabla \omega$, avec $\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$. En prenant successivement le rotationnel puis le gradient de (2), il obtient :

$$\frac{d\nabla \omega}{dt} + A^t \cdot \nabla \omega = 0,$$

où $\frac{d}{dt}$ est la dérivée particulaire, et A le tenseur du gradient de vitesse :

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} \end{pmatrix}.$$

En effectuant l'hypothèse que ce tenseur varie lentement par rapport au gradient de vortacité, cette équation peut être considérée comme une équation linéaire à coefficients constants. Partant de cette considération, le comportement du gradient de vortacité est localement déterminé par la nature des valeurs propres de A . Ces valeurs propres sont les racines de l'équation :

$$4\lambda^2 = \sigma^2 - \omega^2, \quad (3)$$

avec σ représentant la déformation :

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \left[4 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 4 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right].$$

Le critère de Weiss est alors établi comme suit :

- Dans les régions où $\sigma^2 - \omega^2$ est positif, les valeurs propres sont réelles, le mouvement est principalement hyperbolique, et la déformation domine la rotation. Ces régions ne sont pas considérées comme régions tourbillonnaires.
- Dans les régions où $\sigma^2 - \omega^2$ est négatif, les valeurs propres sont imaginaires pures, le mouvement est principalement elliptique, la vortacité domine la déformation. Ces régions sont considérées comme régions tourbillonnaires.

En fait, la condition $\omega^2 > \sigma^2$ peut être également vue comme un critère de type *seuil de vortacité local*, où cette fois le seuil dépendrait de la déformation locale.

Il nous reste maintenant à justifier l'utilisation de ce critère dans le cadre d'un écoulement compressible, pour lequel ρ n'est plus constant. En effectuant des combinaisons linéaires entre l'équation de conservation de la masse et les deux équations de conservation de la quantité de mouvement d'Euler compressible, on aboutit à :

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p.$$

En prenant successivement le rotationnel puis le gradient de cette dernière équation, il vient :

$$\frac{d\nabla \omega}{dt} + A^t \cdot \nabla \omega = -\frac{2}{\rho^3} (\nabla \rho \times \nabla p)_s \nabla \rho + \frac{1}{\rho^2} \nabla (\nabla \rho \times \nabla p)_s, \quad (4)$$

où $(a \times b)_s$ est l'unique composante non nulle du produit vectoriel des vecteurs a et b .

En réalité, le membre de droite de l'équation (4) va pouvoir être négligé pour deux raisons :

- D'une part, l'écoulement étudié est faiblement compressible et donc, les valeurs de $\nabla\rho$ sont très petites ;
- d'autre part, si l'on effectue en première approximation l'hypothèse d'une évolution dans laquelle p ne dépend que de ρ , on obtient :

$$p = f(\rho),$$

de sorte que :

$$\nabla p = \frac{\partial p}{\partial \rho} \nabla \rho.$$

Les produits vectoriels dans (4) sont donc nuls. Cette dernière hypothèse sur l'évolution du fluide a été vérifiée numériquement. D'une part, nous avons tracé pour trois points fixes de l'écoulement situés dans les régions tourbillonnaires à $Re_\delta = 800$ l'évolution temporelle de la pression et de la densité (FIG 1.2). On constate qu'en un point donné, à une translation et une homothétie près, la courbe de densité et la courbe de pression sont quasiment superposables. D'autre part, en un instant donné de la simulation, nous avons tracé les isovaleurs de densité et de pression sur l'ensemble du domaine (FIG 1.3), qui montrent des répartitions de pression et de densité tout à fait similaires. L'approximation $p = f(\rho)$ se trouve donc numériquement validée.

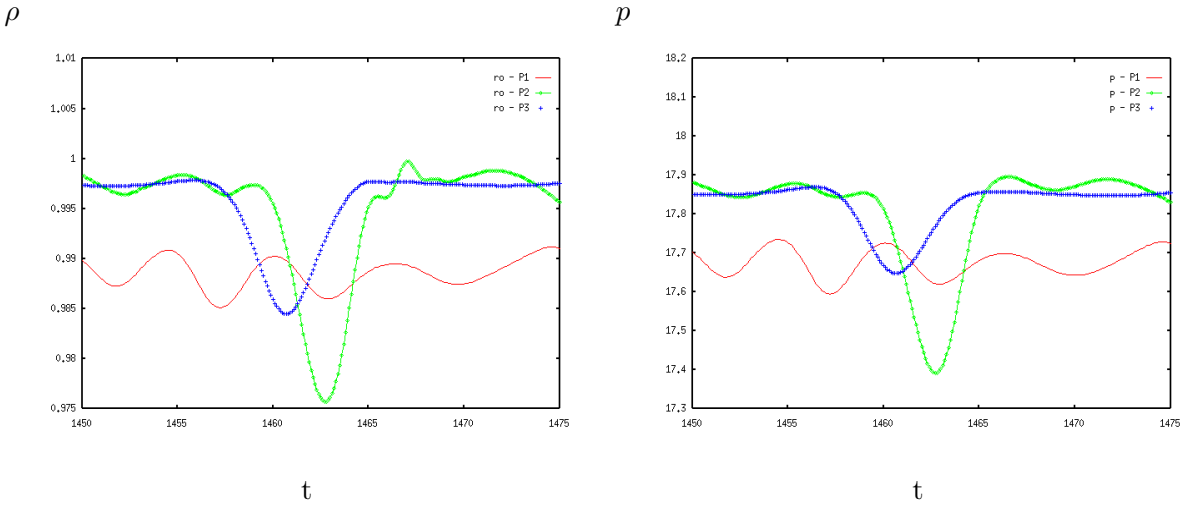


FIG. 1.2 – Signaux de densité et de pression en trois points fixes de l'écoulement.

Cette approximation justifie l'utilisation du critère de Weiss pour notre écoulement.

Nous allons maintenant tester chacun de ces deux critères sur deux types d'écoulements bien distincts pour percevoir leur complémentarité.

Le premier écoulement représente l'évolution à haut Reynolds d'un fluide visqueux incompressible dans un canal à l'aval d'une série d'obstacles [4, 5] (FIG 1.4). Un tracé des isovaleurs tabulées de la vorticité met en évidence l'existence de tourbillons de diverses tailles, formes et intensités (résultat tiré de Bruneau et al. [4, 5]). Le critère de détection de Weiss arrive à repérer l'ensemble de ces SC. Elles représentent alors 81% de l'ensrophie totale de l'écoulement pour 15% de sa surface totale. Afin de comparer ce résultat avec le critère seuil de vorticité, nous avons cherché

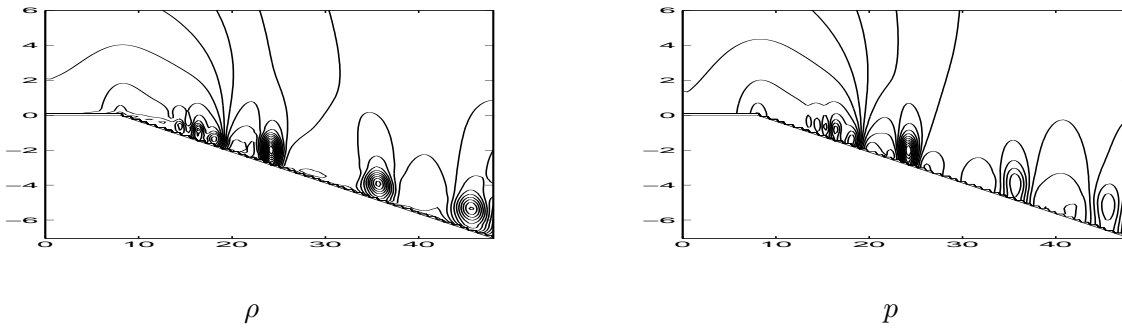


FIG. 1.3 – Isolignes de densité et de pression

ε_1 tel que les zones détectées par le critère seuil de vorticité représentent également 81% de l'enstrophie totale de l'écoulement. Puis nous avons cherché ε_2 tel que les zones détectées par le critère seuil de vorticité représentent également 15% de la surface totale de l'écoulement.

- Pour une quantité d'enstrophie identique à celle contenue dans les zones de Weiss, l'aire de la surface détectée a sensiblement diminué, passant de 15% à 7%. La taille des SC a fortement diminué par rapport à celle donnée par le critère de Weiss, certaines ayant même disparu. Par contre, la taille des SC détectées juste derrière les obstacles a légèrement augmenté.
- Pour une surface identique à celle des zones de Weiss, l'enstrophie détectée a augmenté de 81% à 93%. Cette fois-ci, les SC détectées par le critère seuil de vorticité sont à peu près de même taille que celles données par Weiss. Certaines structures sont encore oubliées.

Ces résultats confirment la difficulté du critère de seuil de vorticité à distinguer des SC d'autres zones de cisaillement.

Le second écoulement représente l'évolution à bas Reynolds d'un fluide visqueux compressible au dessus du dièdre plan. Un tracé des isovalues tabulées de la vorticité met en évidence l'existence de tourbillons en aval du point de discontinuité B du dièdre (fig 1.5). On a représenté les régions détectées par le critère *seuil de vorticité*, pour deux valeurs distinctes de ε , l'une grande et l'autre petite. Pour la plus grande valeur, les tourbillons ne sont pas détectés, et seule la couche limite est repérée. Pour la plus petite, les tourbillons commencent à se dessiner, mais demeurent noyés dans la couche limite, le critère seuil de vorticité ne parvenant pas à les isoler les uns des autres correctement. Par contre, le critère de Weiss permet de mettre en évidence plusieurs SC distinctes au-delà des zones classiques de cisaillement.

Les isolignes de la vorticité sur chacun de ces deux écoulements permettent une bonne interprétation qualitative de la dynamique tourbillonnaire. En revanche, s'il s'agit d'isoler les SC en tentant de déterminer leur taille, leur nombre, leur énergie ou leur enstrophie, le critère de Weiss est plus rigoureux car il permet d'une part de détecter les SC qui contiennent peu d'enstrophie ou qui sont à l'intérieur d'une couche limite, et d'autre part d'attribuer à chacune d'entre elles une taille indépendamment de tout paramètre ε contrairement au critère seuil de vorticité. Il est donc très indiqué pour une démarche d'identification. On retiendra donc que ces deux critères sont très complémentaires. En effet, le critère seuil de vorticité compare la valeur de la vorticité à un nombre choisi expérimentalement. Ce nombre est une valeur globale définie sur tout l'écoulement, qui permet d'éliminer des régions de faible vorticité (ou enstrophie). Le choix de ce nombre étant arbitraire ($|\omega| > \varepsilon$), il ne dépend d'aucune caractéristique physique de l'écoulement ($|\omega|$ (respectivement ω^2) varie linéairement par rapport à ε (respectivement ε^2)). Par contre, le critère de Weiss repère les zones de l'écoulement où ω^2 domine σ^2 ($\omega^2 > \sigma^2$). Le seuil arbitraire précédent est ici remplacé par un seuil dépendant uniquement de la physique du problème, et

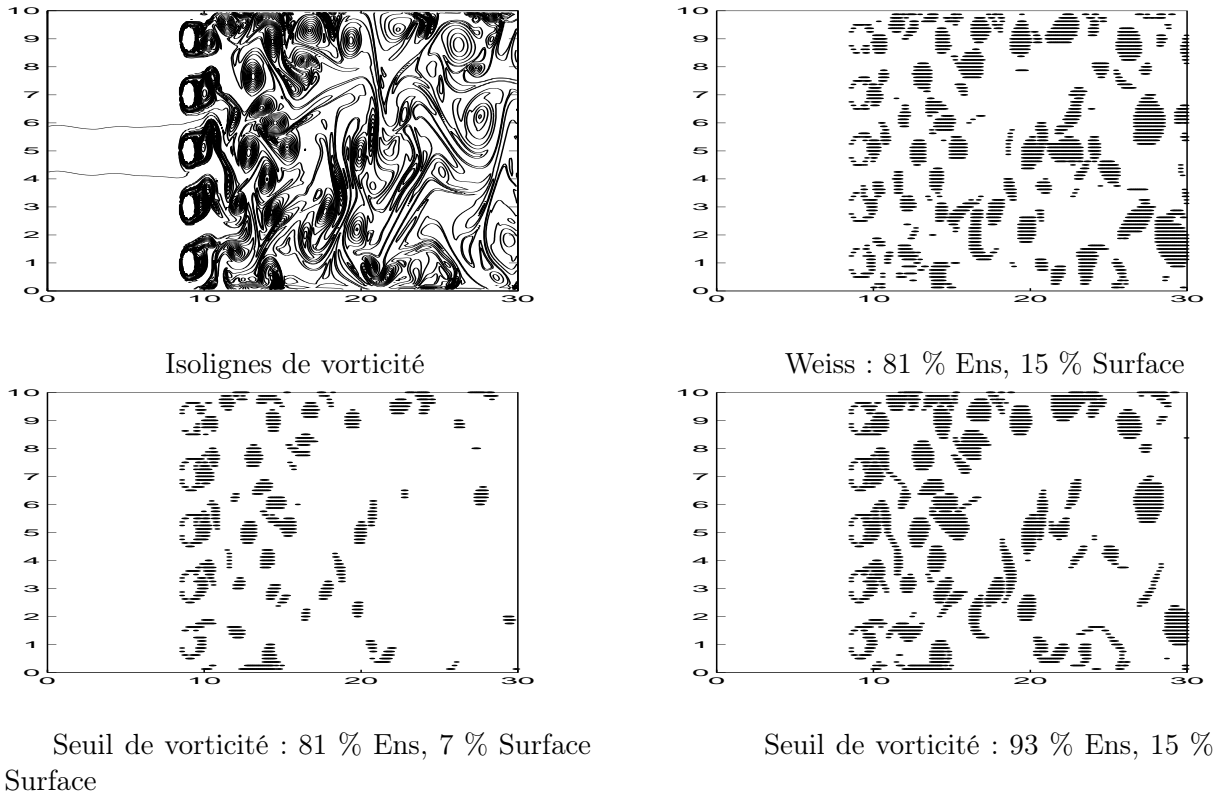


FIG. 1.4 – Comparaison des critères de détection dans le canal

qui a en plus l'avantage d'être un critère local.

Cependant, numériquement il est nécessaire de définir une zone de tolérance, et on détermine en réalité les régions dans lesquelles ce critère est vérifié par :

$$\omega^2 - \sigma^2 > \varepsilon_w,$$

avec ε_w très petit. Cette valeur doit être choisie méticuleusement. En effet, considérons un écoulement de Poiseuille en régime laminaire, ou encore le développement d'une couche limite laminaire sur une paroi plane. Pour ces deux types d'écoulements, qui constituent les écoulements d'arrière-plan des écoulements précédemment étudiés, la valeur théorique de $\omega^2 - \sigma^2$ est nulle. Pourtant, une toute petite perturbation de l'écoulement peut alors rendre $\omega^2 - \sigma^2$ localement positif, et interpréter une région de l'écoulement comme tourbillonnaire alors qu'aucun tourbillon n'est présent. Pour la configuration du dièdre, on a tracé la courbe donnant le pourcentage d'entrophie dans les zones de Weiss par rapport à l'écoulement global, en fonction du paramètre ε_w utilisé (FIG 1.6). On distingue deux comportements distincts, de part et d'autre de $\varepsilon_w^{opt} = 0,004$, défini comme l'abscisse du point d'intersection des tangentes en 0 et en l'infini à la courbe :

- Pour $0 < \varepsilon_w < \varepsilon_w^{opt}$, la forte décroissance du pourcentage d'entrophie correspond aux zones de cisaillement de la couche limite qui sont repérées par le critère de Weiss lorsque ε_w est très petit, et pour lesquelles ω^2 reste proche de σ^2 . Il est donc naturel qu'elles soient "perdues" par le critère de Weiss lorsque ε_w augmente, même très faiblement.
- Pour $\varepsilon_w > \varepsilon_w^{opt}$, on obtient un état asymptotique. Cela signifie que lorsque ε augmente, les zones détectées par le critère de Weiss restent quasiment les mêmes. Elles correspondent donc

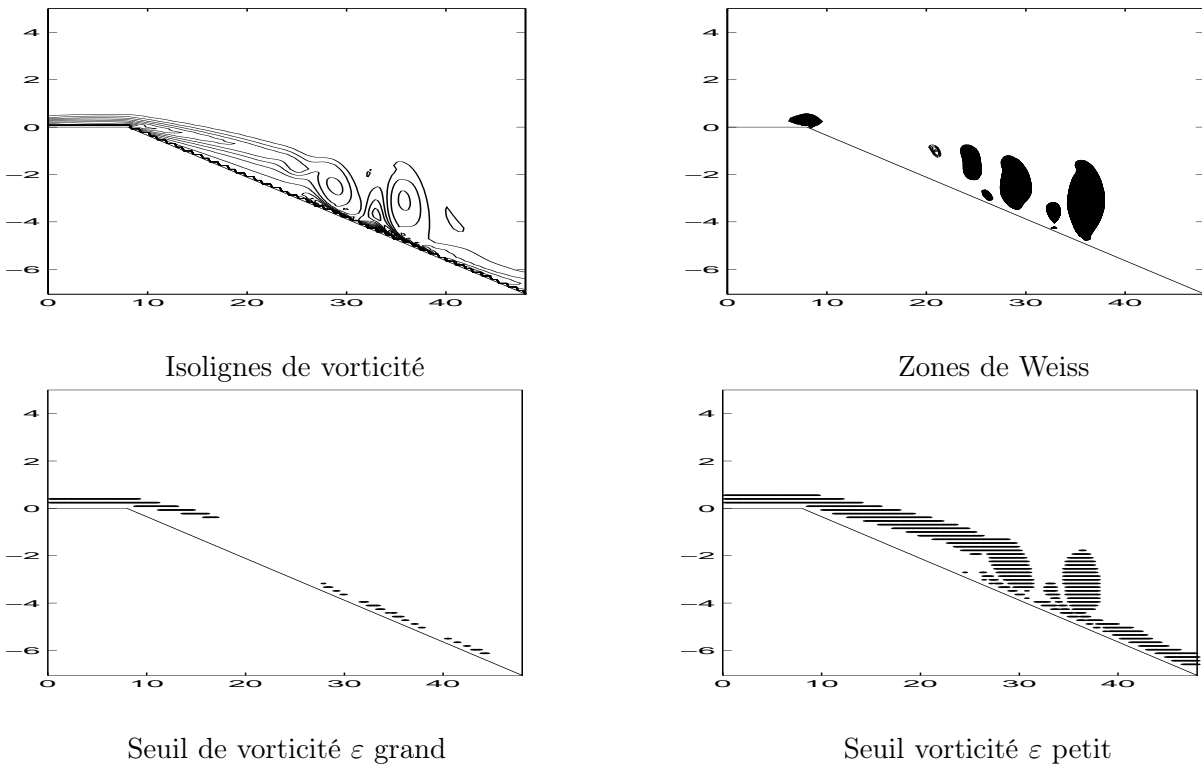


FIG. 1.5 – Comparaison des critères de détection sur le dièdre

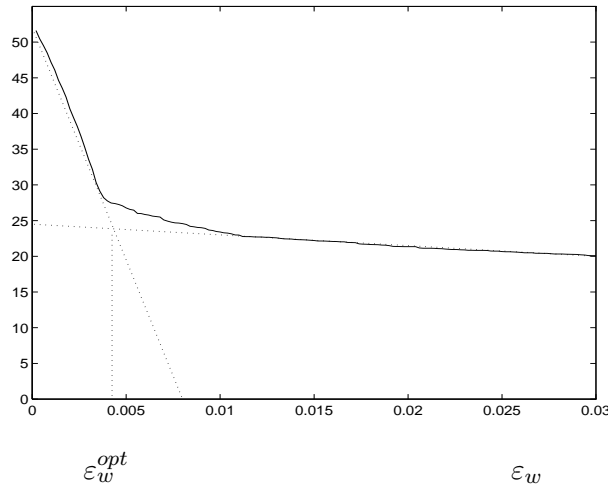
à des régions de l'écoulement pour lesquelles ω^2 est sensiblement plus grand que σ^2 , donc aux régions tourbillonnaires d'après la définition de Weiss.

Nos expériences numériques effectuées avec un grand choix de valeurs pour ε_w ont permis de mettre en évidence que ε_w^{opt} est suffisamment grand pour ignorer l'écoulement d'arrière plan, et en même temps suffisamment faible pour capturer l'ensemble des tourbillons.

En dimension deux, une structure cohérente peut être caractérisée sans ambiguïté par une relation fonctionnelle entre la vorticité ω et la fonction de courant Ψ de la forme $\omega = F(\Psi)$, où F est appelée la fonction de cohérence [11]. Cette relation est utilisée pour étudier la cohérence des structures tourbillonnaires (par exemple [11],[25],[12],[6],[7]). Dans la présente étude, cette technique est appliquée sous forme discrète pour étudier les SC observées par les différents critères dans l'écoulement au dessus du dièdre plan pour deux nombres de Reynolds : $Re_\delta = 400$ et $Re_\delta = 800$ (FIG 1.7). Pour $Re_\delta = 400$, la première colonne (FIG 1.7-(a)) représente la corrélation des points correspondant à l'écoulement global. Ce nuage de points est effectué à partir de points de l'écoulement provenant de toutes les zones rotationnelles (couche limite et structures cohérentes) et de l'écoulement d'arrière-plan. Comme on le voit sur le graphe consacré au critère de seuil de vorticité (FIG 1.7-(b)), les zones rotationnelles identifiées (cohérentes ou non) dépendent directement du paramètre seuil. Evidemment, cette coupure brutale élimine une partie des données de vorticité très brusquement.

Finalement, le dernier graphe (FIG 1.7-(c)) donne une vue des corrélations $\omega = F(\Psi)$ uniquement pour les points de l'écoulement détectés par le critère de Weiss. Comme on peut l'observer, toutes les zones non cohérentes (rotationnelles ou d'arrière plan) sont négligées. Le comportement linéaire de cette corrélation représente l'essentiel de l'écoulement composé des quelques structures cohérentes se déplaçant dans l'écoulement ([6],[7]). Néanmoins, un fin trait vertical distingue

% Ens

FIG. 1.6 – Détermination de ε_{opt} .

l'effet de la vorticité dans le voisinage du point de séparation B. Les figures (1.7-(d),(e),(f)), correspondant à $Re_\delta = 800$, montrent une augmentation du caractère rotationnel dans chaque figure. Plus particulièrement, dans le graphe correspondant aux structures cohérentes détectées par le critère de Weiss, une corrélation linéaire plus concentrée et restreinte est évidente. Ici, de plus petites structures sont formées au voisinage du point de séparation B. Ainsi, une forte augmentation du nombre de points sur la ligne verticale est reliée à une diminution de taille de la ligne horizontale ([7]).

3 Identification tridimensionnelle

Pour un écoulement tridimensionnel les mêmes stratégies d'identification qu'en 2D existent. La visualisation des champs de vorticité étant imprécise pour isoler des tourbillons, et le critère de détection utilisant un seuil de vorticité ne permettant pas de séparer les zones tourbillonnaires cohérentes des zones non cohérentes ([20]), pour les écoulements 3D nous allons baser notre étude sur le critère de Jeong et Hussain (ou le critère λ_2) [16]. En effet, Jeong et Hussain ont proposé une méthode plus satisfaisante pour un fluide incompressible, qui consiste à identifier les noyaux tourbillonnaires en fonction du principe de pression minimale dans la rotation d'un fluide parfait. Cela revient à considérer la nature des valeurs propres du tenseur $\mathbf{S}^2 + \mathbf{\Omega}^2$, dont la deuxième plus grande valeur propre doit être négative (\mathbf{S} et $\mathbf{\Omega}$ correspondent aux parties symétrique et antisymétrique du tenseur de gradient de vitesse). Comparé à l'usage direct des isocontours de vorticité, ce critère a l'avantage d'isoler des structures rotationnelles telles que des tourbillons, de zones non-cohérentes (la couche limite, ...) et irrotationnelles. Pour effectuer cette étude, on utilise une simulation numérique directe de l'écoulement d'un fluide visqueux incompressible autour d'une conduite courbée (figure 8) par une méthode tridimensionnelle du type "spectral/hp element" ([24],[18],[17],[22]).

Etudes du seuil de vorticité pour $Re = 100$ et $Re = 500$

Même si le critère de Jeong et Hussain ne nécessite aucun seuil théorique donné a priori, il est nécessaire de spécifier un seuil numérique pour sa mise en oeuvre. La détermination de ce paramètre est effectuée en considérant le pourcentage d'ensrophie contenue dans les zones cohérentes

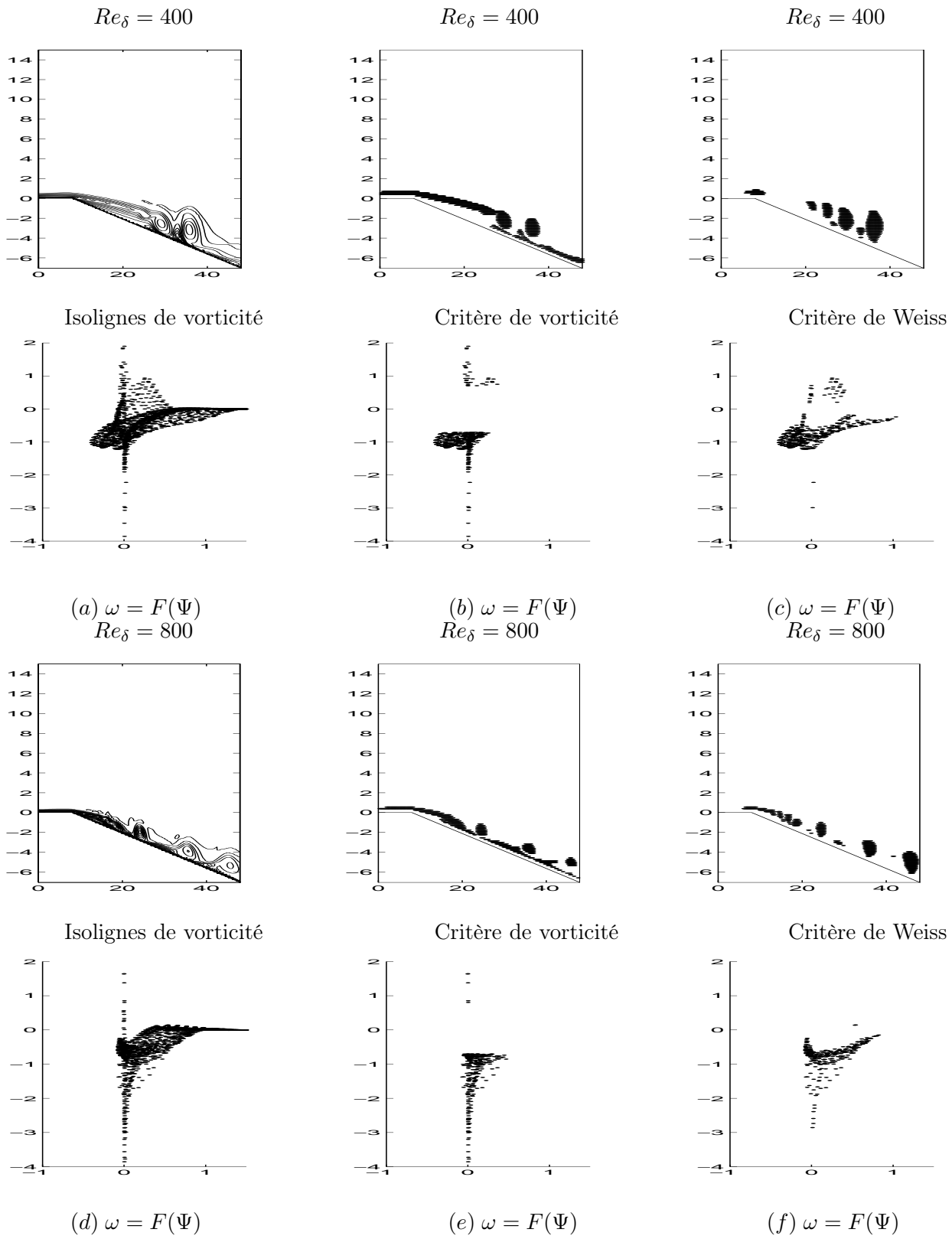


FIG. 1.7 – Points de corrélation.

détectées par le critère de Hussain en fonction du paramètre λ_2 pour $Re = 100$ (figure 9 et les champs de vorticité en figure 10). Trois comportements différents sont alors observés : pour de très petites valeurs du seuil, les résultats sont dominés par le bruit numérique qui rend le critère inutilisable (figure 1.9 et figure 1.10(a)). Ensuite, on constate l'apparition d'une zone intermédiaire optimale identifiant des SC présentes dans l'écoulement (figure 1.9). Dans cette gamme, plus on accroît la valeur de λ_2 , plus la taille des zones rotationnelles identifiées se voit réduite (figures 1.10(b) – 1.10(e)). On observe enfin une région asymptotique. Cette région correspond physiquement aux couches de cisaillement contenant de très grandes quantités d'ensrophie sans pour autant correspondre à une structure cohérente (figure 1.10(f) et figure 1.9). Ces résultats confirment l'existence d'une région optimale intermédiaire pour le choix de λ_2 en dehors de laquelle on se trouve confronté soit aux zones rotationnelles mélangeant des structures cohérentes et non-cohérentes, soit à un manque d'informations sur la vorticité. Ces analyses sont confirmées pour un écoulement transitoire ($Re = 500$) en figure 1.11. On constate encore qu'un choix pertinent de λ_2 est essentiel pour la détection correcte des structures cohérentes. Il faut souligner que l'analyse ci-dessus pourrait être étendue à d'autres techniques d'identification 3D ([20]).

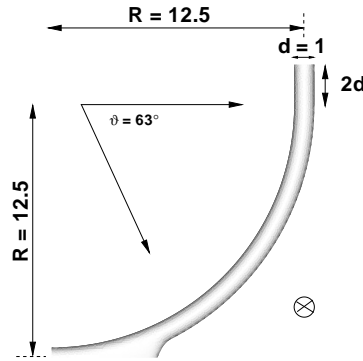


FIG. 1.8 – Configuration d'une conduite courbée, $R/d = 12.5$ et courbure de 63° .

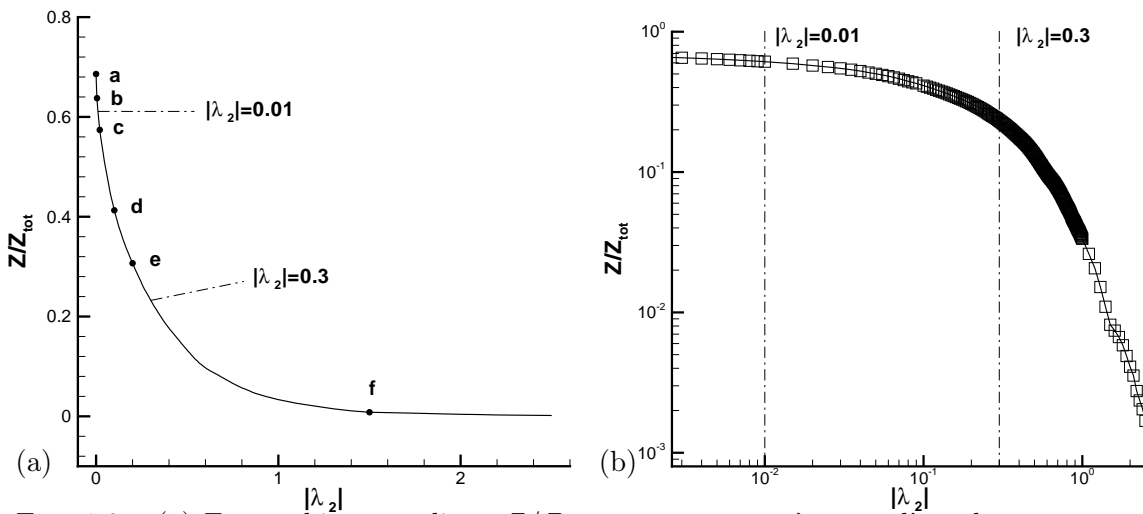


FIG. 1.9 – (a) Enstrophie normalisée, Z/Z_{tot} , par rapport à λ_2 pour l'écoulement autour de la conduite ($Re = 100$), (b) axes log-log.

4 Conclusion

Dans la première partie du chapitre, nous avons étudié deux techniques différentes pour l'analyse des structures cohérentes $2D$: critère de Weiss et critère de seuil de vorticité. Ensuite, nous avons généralisé le critère de Weiss aux écoulements faiblement compressibles et montré sa capacité à représenter des structures tourbillonnaires pour ce genre d'écoulements. Une étude comparative a aussi montré qu'à condition de bien choisir les valeurs de l'ensrophie moyenne (paramètre de coupure), on obtenait des résultats intéressants par les deux méthodes pour les écoulements internes. Par contre, dans un domaine arbitraire, le critère de Weiss détecte plus précisément des SC (surtout en faisant la différence entre les structures cohérentes et les structures rotationnelles non-cohérentes). Ensuite, nous avons présenté une *valeur de tolérance optimale* qui permet à la méthode de Weiss de mieux définir le contour des zones cohérentes.

Finalement, le choix du paramètre du seuil de vorticité λ_2 a été étudié pour les méthodes d'identification appliquées aux écoulements $3D$. Ces critères de détection validés peuvent être utilisés de façon pertinente afin d'établir certaines propriétés intrinsèques aux tourbillons, en fonction du nombre de Reynolds : nombre et taille des tourbillons, pourcentage d'ensrophie de l'écoulement qu'ils transportent, etc.

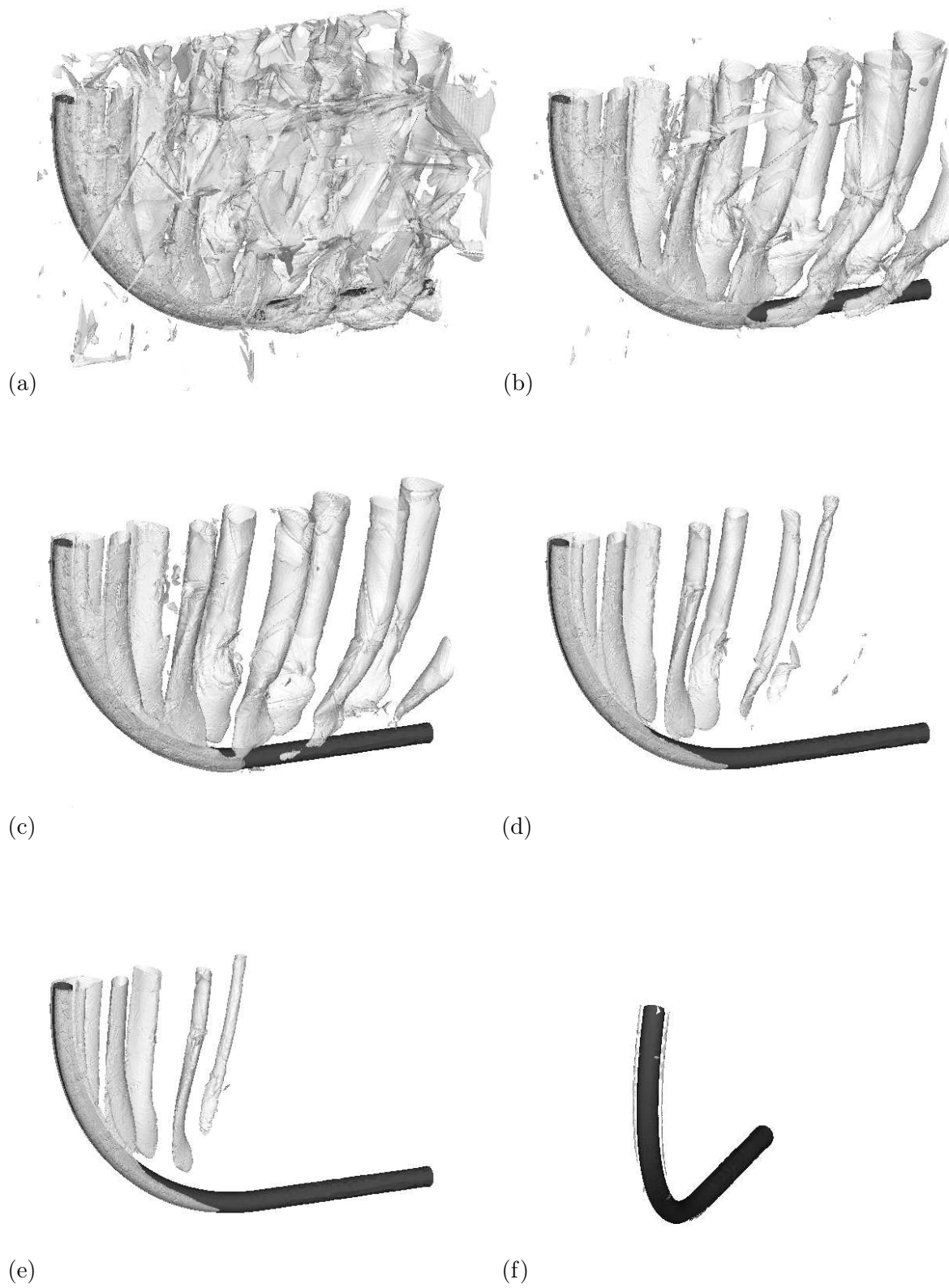


FIG. 1.10 – Isocontours de λ_2 à : (a) $\lambda_2 = -0.0001$, (b) $\lambda_2 = -0.005$, (c) $\lambda_2 = -0.02$, (d) $\lambda_2 = -0.1$, (e) $\lambda_2 = -0.2$, (f) $\lambda_2 = -1.5$ pour $Re = 100$.

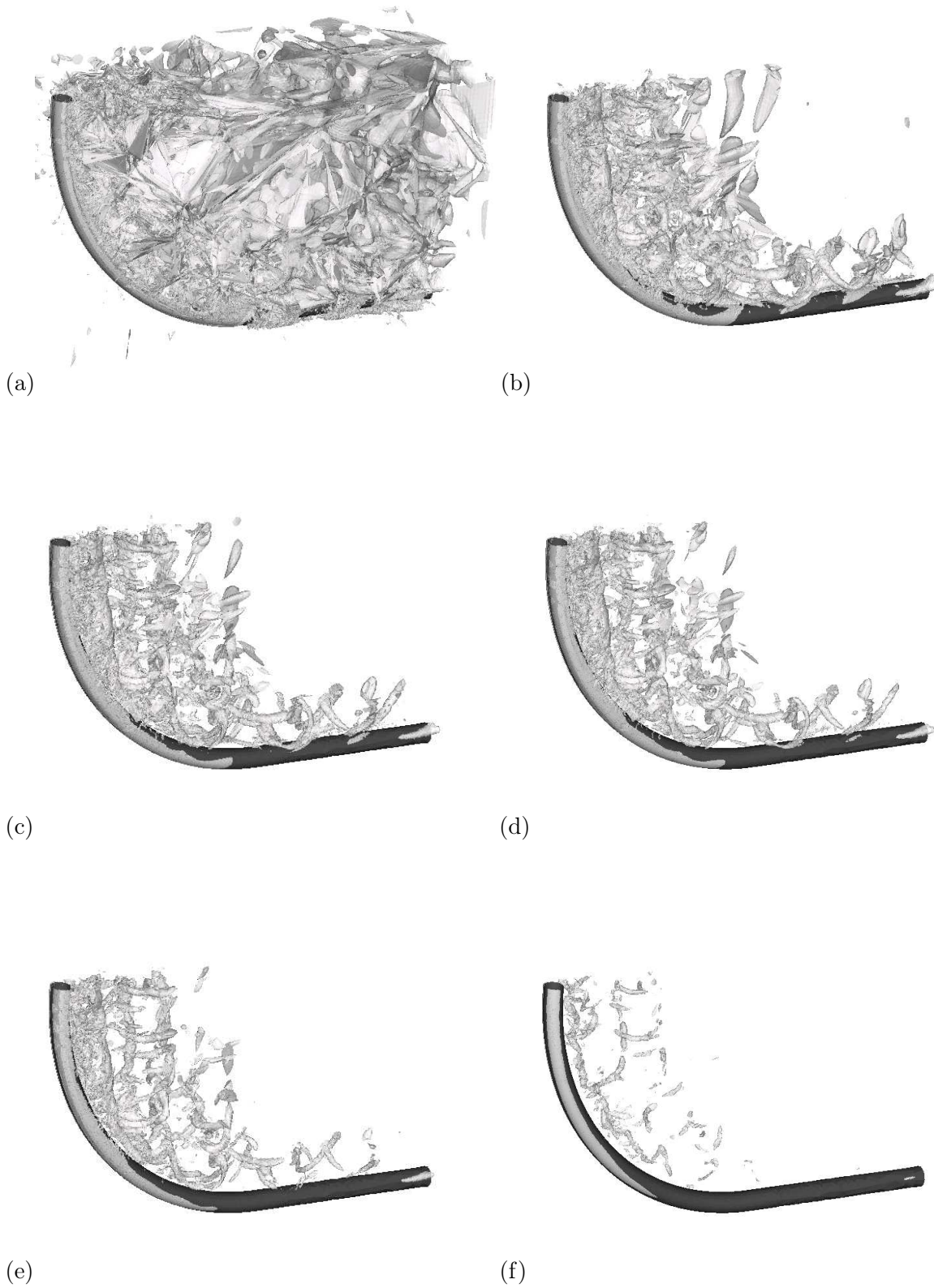


FIG. 1.11 – Isocontours de λ_2 à : (a) $\lambda_2 = -0.005$, (b) $\lambda_2 = -0.3$, (c) $\lambda_2 = -0.6$, (d) $\lambda_2 = -0.8$, (e) $\lambda_2 = -1.3$, (f) $\lambda_2 = -5.0$ pour $Re = 500$.

Bibliographie

- [1] A. Babiano, C. Basdevant, B. Legras and R. Sadourny, 'Vorticity and passive scalar dynamics in 2d turbulence', *J. Fluid Mechanics*, **183**, 379-398, (1987).
- [2] C. Basdevant and T. Philipovitch, 'On the "Weiss criterion" in two-dimensional turbulence', *Physica D*, **73**, 17-30 (1994).
- [3] C.H. Bruneau and E. Creuse, 'Towards a transparent boundary conditions for the compressible Navier–Stokes Equations', *Int. J. Num. Meth. Fluids*, **36**, 473-495 (1999).
- [4] C.H. Bruneau, O. Greffier and H. Kellay, 'A numerical study of grid turbulence in two dimensions', *Sixteenth International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics, Lecture Notes in Physics*, ed. C.H. Bruneau, 129–134, (1998).
- [5] C.H. Bruneau, O. Greffier and H. Kellay, 'Numerical study of grid turbulence in two dimensions and comparison with experiments on turbulent soap films', *Phys Rev E*, **60**, (1999).
- [6] H.J.H. Clercx, S.R. Maassen, and G.J.F. van Heijst 'Decaying two-dimensional turbulence in square containers with no-slip or stress-free boundaries', *Physics of fluids*, **11,3**, 611-626, (1999).
- [7] E. Creusé & I. Mortazavi, 'Vortex dynamics over a dihedral plane in a transitional slightly compressible flow : a computational study', *Europ. J. Mech. B/Fluids*, **20**. 603-626 (2001).
- [8] E. Creusé & I. Mortazavi, 'Identification of concentrated structures in slightly compressible two-dimensional flows' *C. R. Ac. Sciences. Paris*, **329** 693-699 (2001).
- [9] R. Cucitore, M. Quadiro & A. Baron, 'On the effectiveness and limitations of local criteria for the identification of a vortex', *European J. Mechanics B/Fluids*, **18**, 261-282, (1999).
- [10] Y. Dubief & F. Delcayre, 'On coherent-vortex identification in turbulence', *J. Turbulence*, **1**, 1-22, (2000).
- [11] M. Farge, K. Schneider and N. Kevlahan, 'Non-Gaussianity and coherent vortex simulation for two-dimensional turbulence using an adaptative orthogonal wavelet basis', *Physics of fluids*, **11,8**, 2187–2201, (1999).
- [12] J.B. Flor and G.J.F. van Heijst 'Stable and unstable monopolar vortices in a stratified fluid', *J. Fluid Mechanics*, **311**, 257-287, (1996).
- [13] G. Haller, 'Lagrangian structures and the rate of strain in a partition of two-dimensional turbulence', *Physics of Fluids*, **13**, 3365-3385 (2001).
- [14] G. Haller, 'An objective definition of a vortex', *J. Fluid Mechanics*, To appear.
- [15] G. Hernandez, 'Contrôle actif des instabilités hydrodynamiques des écoulements subsoniques compressibles', *Thèse Cerfacs*, (1996).
- [16] J. Jeong and F. Hussain, 'On the identification of a vortex', *J. Fluid Mechanics*, **285**, 69–94, (1995).
- [17] G.E. Karniadakis, M. Israeli, & S.A. Orszag, 'High-order splitting methods for the incompressible Navier-Stokes equations', *Journal of Computational Physics*, **97**, 414-443 (1991).
- [18] G.E. Karniadakis & S.J. Sherwin, 'Spectral/hp Element Methods for CFD', *Oxford University Press* (1999).
- [19] H.G. Lugt, 'The dilemma of defining a vortex', *Recent Developments in Theoretical and Experimental Fluid Mechanics*, ed. U. Muller, K.G. Roesner et B. Schmidt, 309–321, Springer.
- [20] A. Miliou, I. Mortazavi & S. Sherwin, 'Cut-off analysis of coherent vortical structure identification in a three-dimensional external flow', *C. R. Ac. Sciences. Paris*, **333**. 211-217 (2005).

- [21] I. Mortazavi & A. Giovannini, 'Diagnostics of the vorticity formation and transport in bluff-body flows using a hybrid vortex-finite element method', *International Journal of Fluid Dynamics*, **5**, pp. 31-48 (2001).
- [22] J. Peraire, J. Peiro & K. Morgan, 'Multigrid solution of the 3-D compressible Euler equations on unstructured tetrahedral grids', *Int. J. Numer. Methods Eng.*, **36**, 1029-1044 (1993).
- [23] T.J. Poinso and S.K. Lele, 'Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows', *Journal of Computational Physics*, **101**, 104-129 (1992).
- [24] S.J. Sherwin & G.E. Karniadakis, 'Tetrahedral *hp* finite elements : Algorithms and flow solutions', *Journal of Computational Physics*, **124**, 14-45 (1996).
- [25] R. Verzicco, J.B. Flor, G.J.F. van Heijst and P. Orlandi 'Numerical and experimental study of the interaction between a vortex dipole and a circular cylinder', *Experiments in Fluids*, **18**, 153-163, (1995).
- [26] J. Weiss, 'The dynamics of enstrophy transfer in two-dimensional hydrodynamics', *Physica D*, **48**, 273-294 (1991).

Chapitre 2

La méthode de pénalisation et le contrôle passif d'écoulements par des dispositifs poreux

Le contrôle passif de l'écoulement derrière des obstacles est obtenu en intégrant aux parois des zones poreuses. Pour atteindre cet objectif, une revue des modèles mis au point pendant ces dernières décennies, est d'abord présentée afin de choisir convenablement le modèle le plus approprié aux porosités élevées et aux géométries complexes considérées dans cette étude. La méthode de pénalisation est choisie et adaptée pour modéliser les différents milieux qui sont tous considérés comme poreux. Cela permet de représenter simultanément des milieux fluide, solide et poreux en fonction d'un même paramètre. La seconde partie du chapitre décrit la méthode de simulation directe avant de passer à la description et la validation de la technique du contrôle passif et le contrôle des "VIV" autour d'une conduite ainsi que la réduction de la traînée autour de véhicules terrestres.

Mots clés : écoulements incompressibles autour d'obstacles, méthode de pénalisation, contrôle passif, milieux poreux.

1 Introduction

Pour l'étude et le contrôle des structures tourbillonnaires et des effets de couche limite sur la traînée autour d'obstacles, différentes approches sont envisageables. Une méthodologie simple consiste à séparer la paroi solide et l'écoulement principal par une interface poreuse. Cette interface joue le rôle d'une zone tampon qui modifie le comportement de la couche limite. En rajoutant une couche poreuse sur l'obstacle qui modifie les forces de cisaillement pariétales, une stratégie de contrôle pourrait atteindre un ou plusieurs des objectifs suivants :

- 1 - Maîtriser la transition vers la turbulence.
- 2 - Contrôler la dynamique tourbillonnaire derrière les obstacles en modifiant le transport, la taille et les interactions des tourbillons.
- 3 - Réduire la traînée de l'obstacle.

La modélisation de la physique de trois différents milieux (solide, fluide et poreux) est un sujet important avec des applications multiples. Elle nécessite une définition correcte des conditions aux limites entre les trois régions et dans certains cas, la résolution complète des équations correspondantes à l'intérieur des milieux fluides et poreux [43, 9, 39]. Cette façon de procéder est a priori difficile puisque les équations sont différentes d'un milieu à l'autre et des conditions de couplage à l'interface ne sont pas faciles à établir [35].

Dans ce chapitre, d'abord une revue des modèles mis au point pendant ces dernières décennies, est présentée afin de choisir convenablement le modèle le plus approprié pour les hautes porosités et les géométries complexes considérées dans cette étude.

Plusieurs approches différentes ont été proposées pour étudier ce problème. Si le but est uniquement de résoudre l'écoulement du fluide avec une interface poreuse, on peut éviter la résolution de l'écoulement poreux en imposant des conditions aux limites poreux-fluide correctes [7]. Cette approche a été largement utilisée pour résoudre les écoulements turbulents à proximité des parois perméables [27, 30]. D'autres chercheurs considèrent qu'il est nécessaire de calculer complètement l'écoulement dans le fluide ainsi que dans le milieu poreux [28, 39, 9]. Dans ce cas, le couplage des équations de Stokes ou de Navier-Stokes avec les équations de Darcy et un traitement précis de l'interface fluide-poreux paraît nécessaire.

Néanmoins, il nous semble plus simple de résoudre ce problème en utilisant un modèle unique, de type équations de Brinkman-Navier-Stokes traduit sous le nom de méthode de pénalisation [2, 19, 32, 13]. Cela correspond à l'ajout du terme U/K aux équations de Navier-Stokes, où K représente le coefficient adimensionnel de perméabilité du milieu poreux. Cette technique, appartenant à la famille des méthodes de type domaines fictifs, est facile à mettre en oeuvre, robuste et efficace. Elle nous dispense de la construction de maillages non-structurés autour d'obstacles ainsi que de la définition des conditions aux limites sur des parois solides ou à l'interface des milieux fluides et poreux [12, 13, 8, 44]. Cependant, il faut rappeler qu'elle est uniquement valide pour des milieux ayant une porosité proche de l'unité.

Au cours des récentes décennies, différents outils ont été réalisés pour mettre en oeuvre des stratégies de contrôle passif, comme des parois souples (inspirées de la peau de Dauphin) [47, 22], des rainures [23, 33, 5] ou des surfaces rugueuses [49, 48], ont été réalisés. Une autre alternative consiste à introduire des couches poreuses ou perméables à l'interface des milieux solides et fluides [12, 13]. Le contrôle est obtenu par la modification des forces de cisaillement dans la couche limite car l'ajout d'une couche poreuse transforme les conditions d'adhérence à la paroi en conditions de pseudo-glisement qui induisent des baisses parfois très importantes de la traînée et du $CLrms$ (moyenne en temps de la racine carrée du coefficient de portance). En fait, cette technique induit une baisse du taux de création de la vorticité et une modification du phénomène de déclenchement tourbillonnaire (*shedding*) autour de l'obstacle. Elle peut engendrer une très forte régularisation de l'écoulement. L'efficacité de cette approche de contrôle dépend de la perméabilité du milieu poreux, de l'épaisseur de la couche poreuse et du positionnement des interfaces poreuses sur l'obstacle. Donc, en fonction de l'objectif du contrôle, la configuration géométrique des milieux poreux peut changer. Le positionnement des surfaces poreuses pour réduire les VIV (Vortex Induced Vibrations) d'une conduite ne sera pas de même nature que celui pour réduire la traînée d'un véhicule terrestre. Il faut préciser que les simulations effectuées dans ce travail sont bidimensionnelles. Même si ce type de simulations ne produit pas la physique d'un écoulement tridimensionnel autour d'obstacles, il permet de réaliser un nombre important de tests afin de comprendre l'effet des stratégies du contrôle sur l'écoulement et de choisir les meilleures configurations pour chaque problème. Dans ce travail, on applique d'abord cette méthode à l'écoulement derrière un obstacle carré et une conduite circulaire ([13, 14]), et ensuite autour d'un modèle simplifié d'automobile au-dessus d'une route ([15, 16]). Pour effectuer des comparaisons entre les cas sans contrôle et avec contrôle, plusieurs études qualitatives et quantitatives sont effectuées. Les comparaisons qualitatives consistent essentiellement à confronter des champs de pression et de vorticité qui permettent de visualiser et de vérifier l'évolution de la dynamique de l'écoulement et des interactions tourbillonnaires. Quantitativement, l'effet du contrôle passif est observé sur la diminution de l'enstrophie globale (réduction de la vorticité), de la traînée et du coefficient de portance moyen qui correspond à la régularisation de l'écoulement.

La première partie de ce chapitre contient la description physique de l'écoulement poreux-fluide-solide et des modèles correspondants à ce phénomène : la réduction de la couche poreuse à une condition aux limites, le couplage des équations de Darcy (ou Brinkman) avec des équations de Navier-Stokes (ou Stokes) et la méthode de pénalisation. La seconde, décrit d'abord la méthode de simulation directe avant de passer à la description et la validation de la technique du contrôle passif et le contrôle des "VIV" autour d'une conduite ainsi que la réduction de la traînée autour de véhicules terrestres.

2 Les modèles solide-poreux-fluide

2.1 Description physique

Dans cette partie les propriétés physiques de la configuration poreux-fluide-solide avec une porosité élevée du milieu (Φ proche de 1) sont décrites, puisque pour le contrôle passif, des matériaux de haute porosité sont nécessaires [13]. La modélisation de tels phénomènes nécessite la compréhension du comportement du fluide dans les milieux poreux, spécifiquement au voisinage des frontières fluides et solides. Il est aussi nécessaire de modéliser l'écoulement de fluide dans la couche limite au voisinage de l'interface poreuse. Au total, il existe cinq régions différentes en allant du solide au fluide, comme montré sur la figure 2.1. Dans cette figure pour simplifier le modèle physique, la vitesse $U = (u, v)$ est considérée parallèle à la paroi solide ($v = 0$) :

- la couche limite du milieu poreux au voisinage de la paroi solide,
- le milieu homogène poreux avec l'écoulement de Darcy,
- l'interface poreuse avec le fluide,
- la couche limite dans le fluide au voisinage du milieu poreux,
- l'écoulement principal du fluide.

Les études montrent que, due aux effets de frottement, une paroi solide engendre une zone de transition particulière dans un milieu poreux bien différente de la couche limite d'une interface fluide-solide [43]. Comme la vitesse convective u_D est assez petite, la couche limite se développe seulement sur une courte distance ku_D/ν_p à partir de la paroi solide (où k est la perméabilité intrinsèque et $\nu_p = \mu_p/\rho$ est la viscosité effective cinématique du milieu, avec μ_p et ρ définies comme la viscosité effective dynamique et la masse volumique). L'épaisseur de la couche limite, dans un milieu de porosité proche de l'unité, est de l'ordre de $k^{1/2}$ [43]. Cette couche étant très fine, la partie principale de l'écoulement dans le milieu poreux correspond à l'écoulement de Darcy avec la vitesse uniforme de u_D [46]. Comme on le verra ensuite, Cette vitesse de Darcy est l'élément essentiel du comportement de l'interface poreuse comme outil efficace du contrôle passif.

L'interface entre les milieux poreux et fluide est la région la plus complexe de cette configuration et de nombreux articles ont été publiés afin d'étudier le comportement d'écoulements dans cette zone intermédiaire (par exemple : [36] and [39] et les références incluses). Cette interface est composée de deux parties différentes. La première est constituée de la région supérieure de la couche poreuse et la deuxième correspond à une couche limite secondaire dans la zone fluide. Les travaux récents ont montré que l'épaisseur de la zone limite poreuse au voisinage du fluide est de l'ordre $k^{1/2}$ et la vitesse évolue de la vitesse de Darcy u_D jusqu'à la vitesse de l'interface u_i avec un ordre de $k^{1/2}$ [9]. Donc, la couche poreuse contient trois régions différentes. Deux de ces trois régions sont très fines et correspondent aux voisinages du fluide et du solide. Néanmoins, le milieu poreux est principalement dominé par un écoulement homogène de Darcy avec une vitesse de Darcy (Figure 2.1).

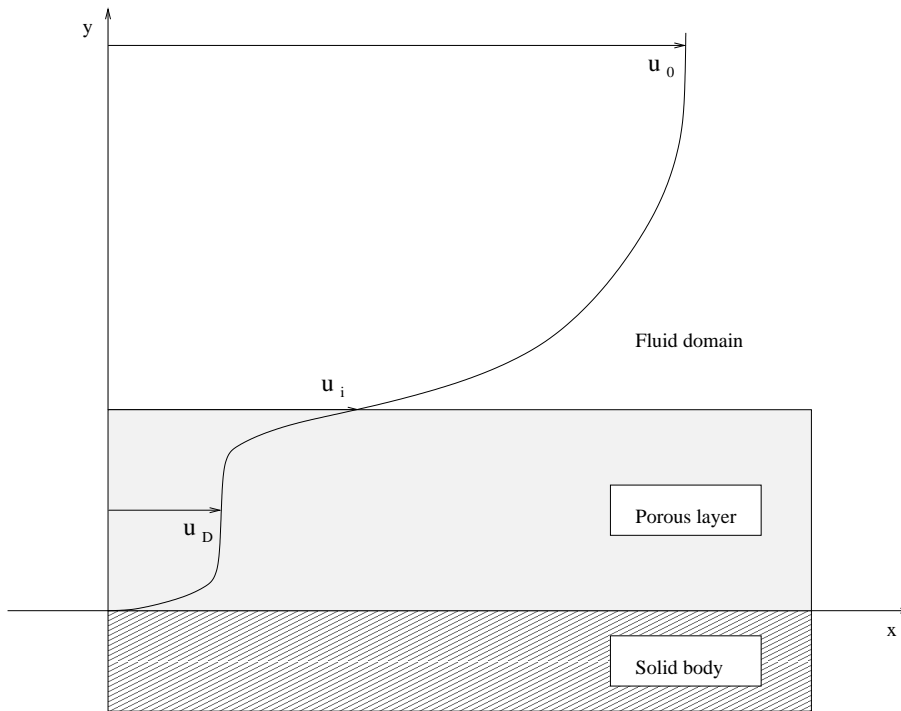


FIG. 2.1 – Le profil de vitesse au voisinage de la couche poreuse.

Dans la zone fluide, une couche limite se développe avec une vitesse de u_i à l'interface ; ce qui remplace la condition d'adhérence des couches limites classiques au voisinage des parois solides. Cette nouvelle couche satisfait la loi de couche limite de Prandtl et sa seule différence avec une couche limite standard au voisinage des parois solides est l'existence d'une vitesse de glissement au niveau de l'interface. Cela signifie que cette couche croît avec l'évolution de la vitesse $u_0 - u_i$ et que $\frac{\delta}{x}$ est proportionnel à $\frac{(u_0 - u_i)x}{\nu}$ (u_0 étant la vitesse uniforme à l'infini, δ l'épaisseur de la couche limite, x la distance à l'origine et ν la viscosité cinématique du fluide). Au delà de cette couche, le comportement du fluide est régi par les équations de Navier-Stokes habituelles.

Afin de modéliser les propriétés physiques ci-dessus plusieurs approches différentes sont proposées. Si on s'intéresse uniquement à l'écoulement du fluide, on pourra résoudre directement les équations de Navier-Stokes avec des conditions aux limites appropriées à l'interface fluide-poreux, ce qui nécessite une définition correcte de la vitesse de l'interface u_i . Sinon, il faut résoudre l'écoulement dans les deux milieux fluides et poreux, soit en couplant deux algorithmes distincts, soit par un modèle unique.

2.2 Réduction de la couche poreuse à une condition aux limites

Ce modèle a été proposé initialement par Beavers et Joseph [7] pour l'écoulement dans un canal avec une paroi perméable. Ces derniers ont d'abord utilisé la loi de Darcy en une dimension :

$$u_D = -\frac{k}{\mu_p} \frac{\partial p}{\partial x}$$

(où p est la pression), en supposant qu'au niveau de l'interface poreuse la vitesse évolue rapidement de la vitesse de Darcy u_D vers celle de l'interface u_i .

La vitesse d'écoulement du fluide est ensuite liée à la vitesse de l'interface, en supposant que la vitesse de glissement du fluide soit directement proportionnelle à l'intensité de cisaillement dans

le milieu perméable :

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\alpha}{k^{1/2}}(u_i - u_D) ; v = 0$$

où α est le coefficient de glissement dépendant des caractéristiques du milieu poreux. La valeur de u_i est déduite comme une fonction de $\partial p / \partial x$ en intégrant cette équation sur la hauteur du canal et en respectant la condition d'adhérence sur les parois solides. Il faut préciser que, même si cette condition a déjà été validée par des expériences, elle ne peut être utilisée pour des simulations numériques sans être améliorée, puisque u_i est inconnue. Une des modifications possibles pour obtenir des conditions aux limites numériques a été proposée par Hahn *et al.* [27] qui proposent une condition similaire du type

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\alpha}{k^{1/2}}(u - u_D) ; v = 0$$

et l'appliquent à un écoulement turbulent dans un canal avec deux parois perméables.

Par ailleurs, en utilisant le fait que le phénomène de glissement est principalement dû aux contraintes de cisaillement Jones [31] a proposé une autre version modifiée de la condition de Beavers et Joseph :

$$\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{\alpha}{k^{1/2}}(u_i - u_D) ; v = 0$$

pour des résolutions numériques en présence de mur perméables.

La méthode de Beavers et Joseph peut être interprétée différemment, en considérant que l'échange entre le milieu perméable et le fluide a lieu via un mécanisme de transpiration normale à l'interface [38]. Cette définition suppose une vitesse de glissement nulle, ce qui nous permet d'écrire

$$u = 0 ; \frac{\partial v}{\partial y} = 0.$$

Les différentes formes de cette catégorie de conditions aux limites [45] sont simplifiées dans [30]. On les écrit :

$$u = 0 ; v = -\beta p'$$

où β correspond au coefficient de la porosité et $p' = p - G(t)x$ à la fluctuation instantanée de la pression pariétale par rapport au gradient de la pression moyenne. Une autre version de cette condition est décrite dans [20] et l'analyse mathématique de ce type de méthodes, pour présenter l'interface poreux-fluide, est présentée dans [29].

Néanmoins, dans certains problèmes il est nécessaire d'étudier l'écoulement à l'intérieur du milieu poreux et on ne peut guère se contenter de représenter l'interface uniquement par une condition au bord. Dans la suite de ce chapitre on s'intéressera aux approches mixtes de modélisation fluide-poreux.

2.3 Couplage des équations de Darcy ou Brinkman aux équations de Navier-Stokes

Dans cette partie, on veut modéliser l'écoulement non seulement dans le fluide mais aussi dans le milieu poreux. Puisque le fluide est incompressible, la condition de continuité est imposée à l'écoulement dans tout le domaine :

$$\text{div} U = 0$$

Cette équation est couplée à l'équation de mouvement de fluide dans chaque milieu. L'écoulement dans le milieu poreux est ici modélisé par l'équation de Darcy :

$$\frac{\mu_p}{k} U + \nabla p = 0$$

Par ailleurs, en fonction de la nature du problème étudié, l'écoulement du fluide est modélisé soit par l'équation de Stokes

$$\partial_t U - \nu \Delta U + \nabla p = 0$$

pour certains écoulements à faibles nombres de Reynolds, soit par les équations de Navier-Stokes

$$\partial_t U + (U \cdot \nabla) U - \nu \Delta U + \nabla p = 0$$

pour les régimes laminaires, transitionnels ou turbulents en général.

Cette approche qui est largement utilisée quand on veut calculer l'écoulement dans les deux milieux fluides et poreux, paraît directe et facile à gérer. Pourtant, il lui faut un traitement rigoureux de l'interface fluide-poreux et cette condition d'interface est loin d'être une condition triviale. Un premier choix consiste à imposer directement l'équation de Darcy comme la condition aux limites sur la zone fluide au niveau de l'interface. Un autre choix est l'utilisation d'une condition du type Beavers et Joseph. La condition de Jones a souvent été utilisée à cette fin [39, 21].

Une autre technique consiste à utiliser l'équation de Brinkman. Cette méthode qui permet de modéliser la couche visqueuse aussi bien que l'interface fluide-poreuse est valable pour des porosités proches de l'unité [36, 37, 41]. L'avantage principal de cette technique est l'utilisation du même type d'équations des deux côtés de l'interface. Comme condition sur l'interface on considère que la vitesse est continue et qu'on a un saut de contrainte décrit par [36] :

$$\mu_p \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} \right)_{porous} - \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial y} \right)_{fluid} = \frac{\gamma}{k^{1/2}} u_i$$

où γ est un coefficient adimensionné d'ordre 1. Cette condition de saut est dérivée pour connecter l'équation de Darcy à l'équation de Stokes en utilisant la correction de Brinkman. Une version corrigée de cette condition est proposée dans [9]. On peut aussi imposer la condition de Beavers et Joseph à l'interface Brinkman-Stokes (ou Navier-Stokes) [42].

Dans cette partie, les modèles de résolution et de couplage des équations du milieu poreux et du fluide ont été décrits. On a observé l'importance et la complexité de la condition d'interface afin d'obtenir une bonne solution du problème fluide-poreux.

2.4 La méthode de Pénalisation

Les trois milieux différents (solide, poreux, fluide incompressible) sont modélisés dans la même équation en utilisant la méthode de pénalisation. Les équations de Navier-Stokes peuvent être connectées aux équations de Forchheimer-Navier-Stokes pour un milieu poreux. En faisant l'hypothèse de Boussinesq sur le fluide saturant le milieu poreux, l'équation de Brinkman (valable pour les porosités élevées [35]) qui est obtenue de la loi de Darcy (sans gravité) en ajoutant le terme de diffusion, s'écrit :

$$\nabla p = - \frac{\mu}{k} \Phi U + \tilde{\mu} \Phi \Delta U \quad (1)$$

Ensuite en y ajoutant les termes inertiels et en utilisant les équations de Dupuit-Forchheimer [35], les équations de Forchheimer-Navier-Stokes s'écrivent :

$$\rho \partial_t U + \rho (U \cdot \nabla) U + \nabla p = - \frac{\mu}{k} \Phi U + \tilde{\mu} \Phi \Delta U \quad (2)$$

où $\tilde{\mu}$ est la viscosité effective de Brinkman et Φ la porosité. Φ étant proche de l'unité ($\tilde{\mu} \approx \frac{\mu}{\Phi}$ [46]), on peut écrire :

$$\rho \partial_t U + \rho (U \cdot \nabla) U + \nabla p = - \frac{\mu}{k} \Phi U + \mu \Delta U \quad (3)$$

Après adimensionnement, on obtient les équations de Navier-Stokes pénalisées ou les équations de Brinkman-Navier-Stokes :

$$\partial_t U + (U \cdot \nabla)U - \frac{1}{Re} \Delta U + \frac{U}{K} + \nabla p = 0 \quad \text{en } \tilde{\Omega}_T = \tilde{\Omega} \times (0, T) \quad (4)$$

$$\text{div} U = 0 \quad \text{en } D_T \quad (5)$$

ici $K = \frac{\rho k \Phi \bar{U}}{\mu H}$ correspond au coefficient adimensionnel de la perméabilité du milieu, $Re = \frac{\rho \bar{U} H}{\mu}$ au nombre de Reynolds basé sur la hauteur du corps et $\tilde{\Omega}$ au domaine de calcul contenant le milieu poreux et le domaine solide. Dans le fluide le coefficient de perméabilité tend vers l'infini, le terme de pénalisation disparaît et on retrouve les équations de Navier-Stokes adimensionnées. Dans le solide le coefficient tend vers zéro et la résolution des équations pénalisées revient à résoudre la loi de Darcy avec une vitesse proportionnelle à K [2]. Les avantages de cette méthode sont que l'on peut utiliser des maillages cartésiens tout en évitant le traitement de conditions aux limites. De plus, cette méthode permet de calculer le champ de pression sur tout le domaine de calcul (contenant le domaine solide) comme un champ continu, et d'évaluer les coefficients de la traînée et de la portance en intégrant le terme de pénalisation à l'intérieur des obstacles [18]. Puisque la même équation est résolue dans les différents domaines, cette méthode simplifie considérablement les échanges (solide vers fluide, solide vers poreux ou fluide vers poreux). La seule opération nécessaire est de définir K sur chaque point de grille de vitesse. Numériquement, le fluide est considéré comme un milieu poreux très perméable ($K = 10^{16}$) et les obstacles solides sont considérés comme des milieux poreux très peu perméables ($K = 10^{-8}$). L'ajout d'une couche poreuse entre le fluide et le solide (figure 2.1) revient à résoudre les équations de Navier-Stokes dans le fluide avec des conditions aux limites de type Fourier (aux parois à la place des conditions d'adhérence) [1, 7, 19]. Dans ce travail, cette propriété est exploitée afin de réduire les effets de cisaillement de la couche limite et de contrôler l'écoulement. En effet, en faisant varier la perméabilité K , on influence directement le mécanisme de déclenchement et de détachement des tourbillons. Ce processus permet d'envisager une stratégie pour réduire la traînée et régulariser l'écoulement en intervenant directement sur la production de vorticités sur la paroi. Les interactions tourbillonnaires sont alors modifiées et la transition vers la turbulence est retardée.

Il faut préciser que pour l'air on obtient $K = 7 \times 10^4 k \Phi \frac{\bar{U}}{H}$, et $K = 10^{-8}$ correspond à un milieu poreux très condensé de perméabilité intrinsèque de l'ordre de 5×10^{-11} très proche d'un milieu solide [2, 18]. Un coefficient $K = 10^{-1}$ correspond à un milieu poreux très perméable [35]. Comme on verra plus en détail, les études ont montré que le coefficient de perméabilité pour un milieu poreux devrait être situé entre $K = 10^{-3}$ et $K = 100$ et qu'une valeur optimale pour les écoulements autour d'obstacles serait $K = 10^{-1}$. Ces études confirment l'efficacité d'une large gamme d'épaisseurs de couche pour ce contrôle passif ([12, 13, 14]).

3 Simulation numérique et contrôle passif

3.1 Simulation numérique

Les équations d'évolution (4) (5) nécessitent l'ajout d'une condition initiale et de conditions aux limites. La condition initiale s'écrit :

$$U(x, 0) = U_0(x) \quad \text{dans } \tilde{\Omega} \quad (6)$$

Les conditions aux limites sont de trois types : d'entrée, d'adhérence sur les parois rigides et de sortie ou ouvertes sur les frontières artificielles du domaine de calcul. Dans les deux premiers cas, il suffit d'imposer des conditions de Dirichlet. Par contre, le dernier cas n'est pas trivial et

est à lui seul générateur d'une importante prose et de nombreux tests [40, 10]. Ces trois types de condition sont indispensables pour calculer l'écoulement confiné ou non derrière un obstacle. On se réfère à la figure 2.2 où le domaine Ω a pour bord $\partial\Omega = \Gamma_D \cup \Gamma_0 \cup \Gamma_1 \cup \Gamma_N$. En fonction des cas tests Γ_1 peut correspondre à une paroi solide ou à un domaine ouvert.

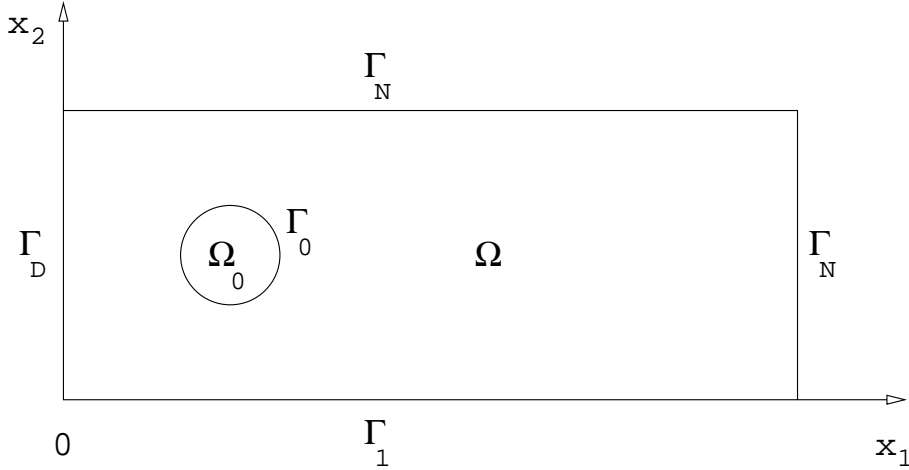


FIG. 2.2 – Domaine de calcul.

Sur Γ_D l'écoulement infini amont (U_∞, p_∞) est imposé; il suffit de considérer un écoulement constant $U_\infty = 1$ (unité). Sur Γ_1 il y a une condition d'adhérence $U = 0$ dans le cas d'une route ou une condition artificielle comme sur Γ_N . La condition de Dirichlet homogène sur Γ_0 est obtenue par la méthode de pénalisation. Sur les frontières artificielles Γ_N on impose la condition généralisée de traction nulle [10] :

$$\sigma(U, p)n + \frac{1}{2}(U \cdot n)^-(U - U_{ref}) = \sigma(U_{ref}, p_{ref})n \quad (7)$$

où σ est le tenseur des contraintes avec la notation $a = a^+ - a^-$. Le terme non linéaire n n'est effectif que si l'écoulement est entrant sur la frontière artificielle Γ_N de façon à convecter correctement les tourbillons. Ces conditions qui conduisent à un problème bien posé [11] sont de plus en plus utilisées dans les centres de recherche universitaires et industriels.

La discrétisation en temps est effectuée par un schéma de Gear du second ordre avec traitement implicite des termes linéaires et explicite des termes de convection. Les variables physiques (vitesse, pression) sont positionnées sur une grille décalée (figure(2.3)). L'approximation spatiale est effectuée par différences finies centrées du deuxième ordre pour les termes linéaires et par un schéma décentré d'ordre 3 pour la convection ([17]). L'équation de continuité est discrétisée aux points en pression (l'équation $divU = 0$ est discrétisée dans un point par un schéma centré d'ordre 2). Les équations sont résolues simultanément en vitesse-pression. Une méthode multi-grille, avec un processus itératif de Gauss-Seidel maille à maille permet d'obtenir une convergence efficace et rapide. Le choix des grilles uniformes est nécessaire afin de préserver la précision des méthodes différences finies.

3.2 Contrôle passif et régularisation d'écoulements

Le but de cette étude est de simuler le contrôle passif d'écoulements incompressibles bidimensionnels autour d'obstacles par l'utilisation d'interfaces poreuses. Le contrôle est obtenu par la modification des forces de cisaillement dans la couche limite car l'ajout d'une couche poreuse

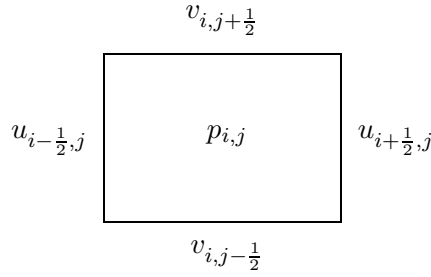


FIG. 2.3 – Une grille décalée

transforme les conditions d'adhérence à la paroi en conditions de pseudo-glissement qui induisent des baisses parfois très importantes de la traînée et du C_{Lrms} (moyenne en temps de la racine carrée du coefficient de portance).

Pour étudier ces phénomènes, nous représentons les champs de vorticités et analysons les quantités globales comme l'énstrophie Z (pour mesurer l'évolution de la vorticités et la régularisation de l'écoulement), la moyenne du coefficient de portance C_{Lrms} (le C_{Lrms} qui représente la symétrie et la stationnarité de l'écoulement autour de l'obstacle, est utilisé pour mesurer les VIV) et le coefficient de la traînée C_D . Z , C_{Lrms} et C_D sont définis par

$$Z = \frac{1}{2} \int_{\Omega} |\omega|^2 dx$$

$$C_{Lrms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T C_L dt} \quad (\text{avec } C_L = \frac{2F_L}{D} \text{ et } F_L = \int_{\Omega_0} \frac{v}{K} dx)$$

$$C_D = \frac{2F_D}{H} \quad (\text{avec } F_D = \int_{\Omega_0} \frac{u}{K} dx)$$

Les études ont été effectuées pour les écoulements de régimes transitoires vers la turbulence. Toutes les simulations sont réalisées sur des grilles cartésiennes uniformes suffisamment fines pour avoir plusieurs points dans la couche poreuse [14].

Le premier test concerne l'écoulement autour d'un petit barreau de côté $H = 0.2$ centré au point $(1.1, 1.0)$ d'un domaine de taille $(0, 5) \times (0, 2)$. La condition en amont sur Γ_0 est un écoulement uniforme de $U = (1, 0)$ et sur les autres bords (le haut, le bas et l'aval) la condition aux frontières artificielles Γ_N est imposée. Le nombre de Reynolds réel basé sur la hauteur de l'obstacle est $Re_H = 300$. Ici, le contrôle passif est effectué grâce à l'intégration de couches poreuses d'épaisseur $h = 0.02$ en haut et en bas de l'obstacle.

On effectue d'abord une étude paramétrique sur le choix du coefficient de perméabilité K et de l'épaisseur de la couche poreuse h [13]. Les deux critères principaux pour cette étude sont le taux de réduction de Z et de C_{Lrms} . Pour de très grandes valeurs de K ($K > 1$), l'écoulement dans le milieu poreux s'approche de l'écoulement de fluide et le contrôle n'est guère efficace; Au contraire, quand K est trop petit ($K < 10^{-3}$), le milieu poreux se comporte de plus en plus comme un milieu solide. Les études ont montré que la valeur optimale est acquise pour $K = 10^{-1}$ [13]. Par ailleurs, si on choisit une trop petite épaisseur de la couche perméable ($h/H < 5\%$), le contrôle engendre un effet insuffisant puisque l'écoulement de Darcy ne parvient pas à s'établir dans cette couche. Pour de plus grandes valeurs de h les effets positifs du contrôle sont assez similaires [13]. Dans ce travail, toutes les simulations ont été effectuées pour une épaisseur de $h/H = 10\%$.

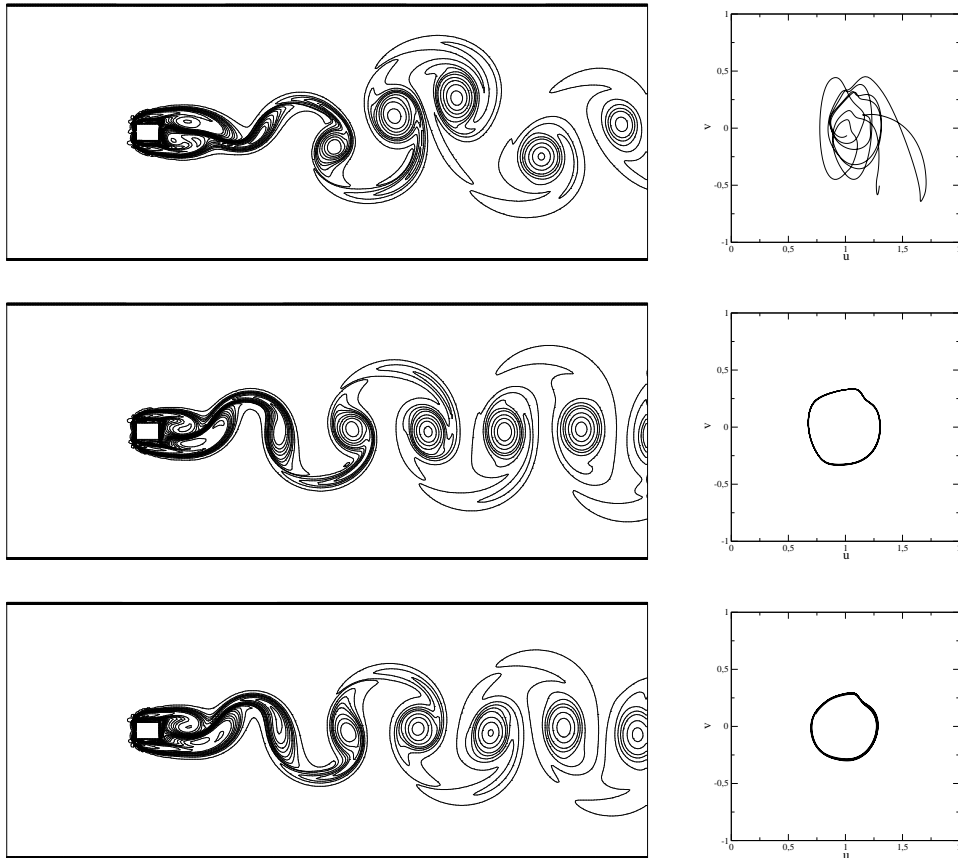


FIG. 2.4 – Comparaison des champs de vorticité et des portraits de phase d’un point situé à $(4.0625, 0.75)$ pour $Re_H = 300$ sans (haut) et avec (milieu) contrôle dans un domaine libre. La figure en bas correspond à un écoulement non contrôlé en $Re_H = 250$.

La figure 2.4 (le champ de vorticité et le portrait de phase correspondant) montre que l’écoulement avec des dispositifs passifs est beaucoup plus régulier que l’écoulement non-contrôlé. On constate qu’en insérant les interfaces poreuses, l’allée de Karman se rétablit et la solution devient purement périodique. En fait, pour obtenir un tel écoulement régulier sans le contrôle passif, il faut diminuer le nombre de Reynolds de $Re_H = 300$ jusqu’à $Re_H = 250$. Comme on peut l’observer sur le tableau 2.1, le contrôle est encore plus efficace pour de plus grands nombres de Reynolds. Les tests sur ce tableau correspondent aux écoulements transitoires ($Re_H = 3000$) et turbulents ($Re_H = 30000$) et montrent une importante diminution de l’enstrophie et du C_{Lrms} . Cet effet semble d  à la stabilisation des lachers de tourbillons en haut et en bas du barreau grâce à l’écoulement de Darcy.

Dans ce qui suit, on applique cette approche de contrôle à l’écoulement derrière une conduite et autour du corps d’Ahmed au-dessus d’une route.

3.3 Contrôle des VIV autour d’une conduite

Un premier point est d’évaluer les effets du contrôle passif que nous proposons sur une conduite représentant un pipeline à un nombre de Reynolds proche des conditions marines réelles ([6, 34]). Nous prenons d’abord $Re = 15000$ dans les équations ci-dessus pour une conduite de diamètre 0.16, ce qui correspond à un nombre de Reynolds réel de 2400 sur un domaine $(0, 5) \times (0, 2)$ et une vitesse d’entrée de $U = (1, 0)$. On a d’abord effectué une étude paramétrique sur le choix de coefficient de perméabilité K et de l’épaisseur de la couche poreuse h qui a été rajoutée en

TAB. 2.1 – Valeurs moyennées de Z et valeurs asymptotiques de C_{Lrms} pour différents nombres de Reynolds.

	$Re_H = 300$		$Re_H = 3000$		$Re_H = 30000$	
	Z	C_{Lrms}	Z	C_{Lrms}	Z	C_{Lrms}
Avec contrôle	107	0.094	410	0.221	821	0.344
Sans contrôle	115	0.096	487	0.263	1012	0.375

forme d’anneau autour de la conduite (figure 2.5). Les tests pour un nombre de Reynolds réel $Re_D = 2400$ basé sur le diamètre du cylindre, montrent à nouveau qu’un contrôle efficace est obtenu pour $K = 10^{-1}$ et $h = 0.02$. Il a été montré que la convergence de grille, pour un tel écoulement, est acquise sur une grille uniforme de taille 1600×640 . Le rajout de l’anneau poreux a un effet considérable sur la nature de l’écoulement au voisinage et dans le sillage de la conduite. Cela est vérifié en comparant l’évolution de la vitesse pour les cas avec et sans contrôle en un point derrière l’obstacle. Le point est situé près de l’axe de symétrie et assez loin de la conduite dans le sillage (figure 2.6). Pour l’écoulement non contrôlé, les interactions tourbillonnaires dans le sillage engendrent un signal assez perturbé, tandis qu’en introduisant le contrôle passif le signal devient périodique, ce qui représente le retour vers une allée de type Karman. Cette régularisation est aussi à l’origine de la baisse de la valeur moyenne de la vitesse.

Une autre simulation est effectuée pour un écoulement plutôt turbulent à $Re_D = 24000$ sur une grille fine de 3200×1280 afin d’obtenir des résultats réalistes [14]. Les champs de vorticités pour les cas sans ou avec contrôle sont illustrés sur la figure 2.7. Ils montrent l’effet très important du contrôle sur la nature de l’écoulement qui se trouve très fortement régularisé. L’écoulement transitoire est ramené à une allée de Karman, ceci est dû au changement des forces de cisaillement sur le corps opéré par la gaine poreuse qui transforme les conditions d’adhérence à la paroi en conditions de type glissement. Cette régularisation de l’écoulement est révélée aussi par l’évolution de l’enstrophie qui est extrêmement réduite et quasi constante alors qu’elle est très oscillante dans le cas non contrôlé (voir figure 2.8). Le contrôle est particulièrement probant pour ce cas test car le C_{Lrms} est réduit de 72% (tableau 2.2), ce qui signifie que les vibrations que subit la conduite sont très atténuées et donc que la durée de vie de la conduite est considérablement augmentée. Cependant nous observons aussi que la traînée est supérieure, ce qui n’est pas surprenant car on a augmenté le diamètre du corps de 20% en rajoutant la gaine poreuse. Ceci montre que si l’on veut obtenir un effet bénéfique sur la traînée il faut arriver à conjuguer divers effets car l’ajout d’une couche poreuse devrait a priori l’augmenter [14].

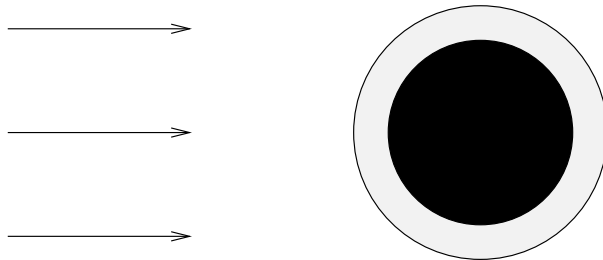


FIG. 2.5 – Le cylindre avec un anneau poreux.

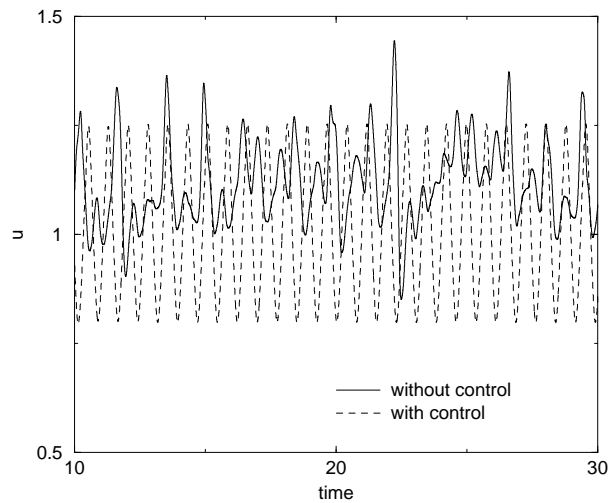


FIG. 2.6 – L'évolution de la vitesse horizontale en un point de contrôle situé à $(4.0625, 0.75)$ ($Re_D = 2400$).

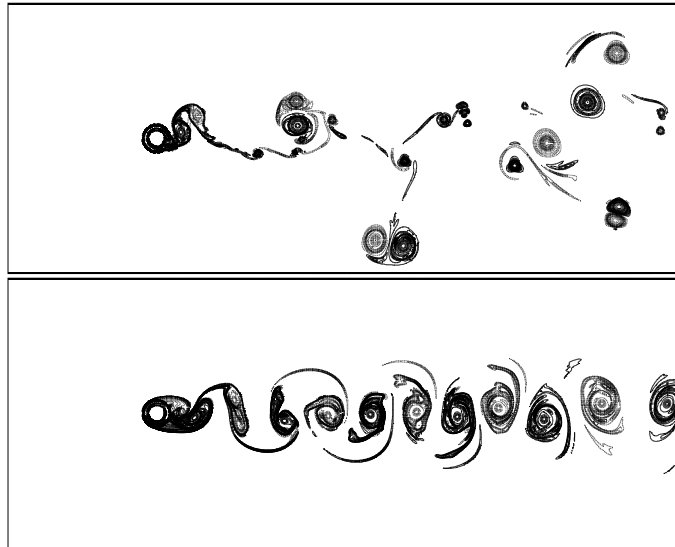


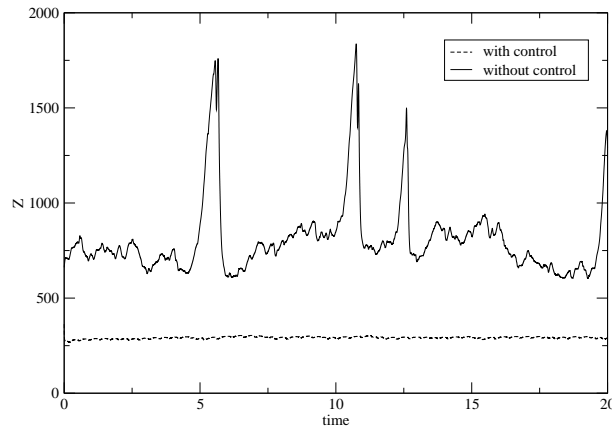
FIG. 2.7 – Champ de vorticité pour l'écoulement sans contrôle (haut) et avec contrôle (bas) à Reynolds $Re_D = 24000$.

TAB. 2.2 – Valeurs moyennes à Reynolds 24000.

Grille	K	Enstrophie	Trainée	CLrms
3200×1280	10E-1	291	1.56	0.081
	10E+16	810	1.10	0.293

3.4 Contrôle de l'écoulement autour du corps d'Ahmed

Nous nous intéressons maintenant à un cas plus proche des préoccupations de l'industrie automobile. La réduction de la traînée des véhicules automobiles constitue aujourd'hui un enjeu majeur pour réduire la consommation et donc les émissions de gaz à effet de serre. Dans ce contexte,

FIG. 2.8 – Evolution de l'entrophie à $Re_D = 24000$.

les constructeurs recherchent des solutions innovantes capables de réduire de 30 % la traînée aérodynamique des véhicules automobiles sans contraindre le design, le confort, l'habitabilité et la sécurité des occupants. Les solutions s'obtiennent par contrôle pariétal des écoulements et des décollements à l'aide de dispositifs actifs ou passifs [24]. Parmi ces solutions, l'utilisation de systèmes passifs reste privilégiée pour des raisons évidentes de coût et des résultats significatifs peuvent être obtenus à partir de techniques simples à mettre en œuvre [25].

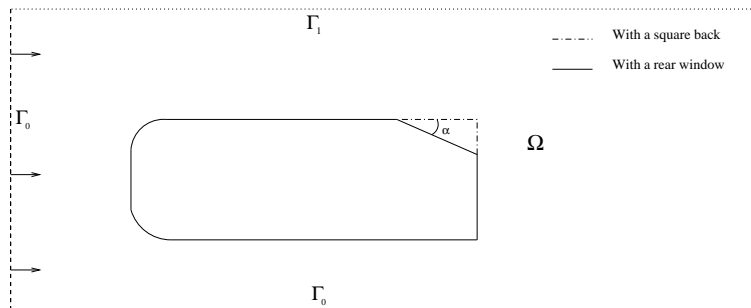


FIG. 2.9 – Le domaine de calcul pour le corps d'Ahmed sans et avec lunette arrière.

Parmi ces techniques, l'utilisation de surfaces poreuses peut constituer une voie de progrès intéressante [13]. Des milieux poreux distribués sur la surface des véhicules peuvent en effet permettre de réduire les déficits pariétaux de vitesse, de reporter vers l'aval la position des décollements, de réduire les dimensions transversales des sillages, le développement des structures tourbillonnaires longitudinales et donc la traînée aérodynamique. Les expérimentations numériques sont réalisées sur une représentation bidimensionnelle simplifiée ([26]) de véhicule automobile appelée "corps d'Ahmed" [3]. Le corps d'Ahmed (avec ou sans lunette arrière) est positionné au-dessus d'une route (figure 2.9). Nous intégrons les interfaces poreuses à l'intérieur du corps pour ne pas créer de discontinuités de courbes. Les milieux poreux sont distribués sur les parties avant, haute et basse de la maquette qui représentent respectivement la face avant, le pavillon et le soubassement d'un véhicule automobile simplifié. Leur efficacité est alors analysée à partir de la valeur RMS du coefficient de portance, de l'entrophie, des coefficients moyens de pression statique relevés au culot et des contributions avant, arrière et globale à la réduction de la traînée aérodynamique.

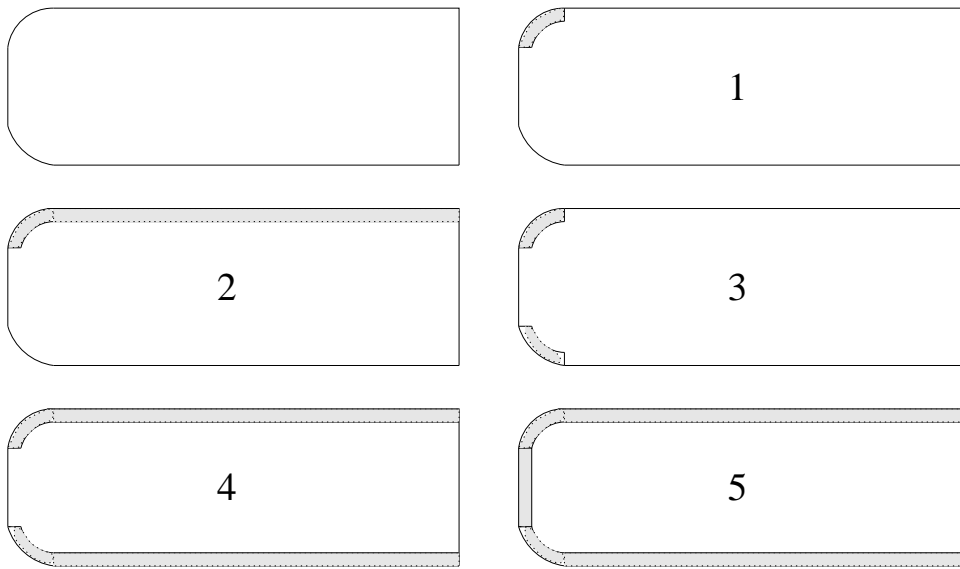


FIG. 2.10 – Cas 0 sans contrôle (en haut à gauche) et cas 1 à 5 avec contrôle.

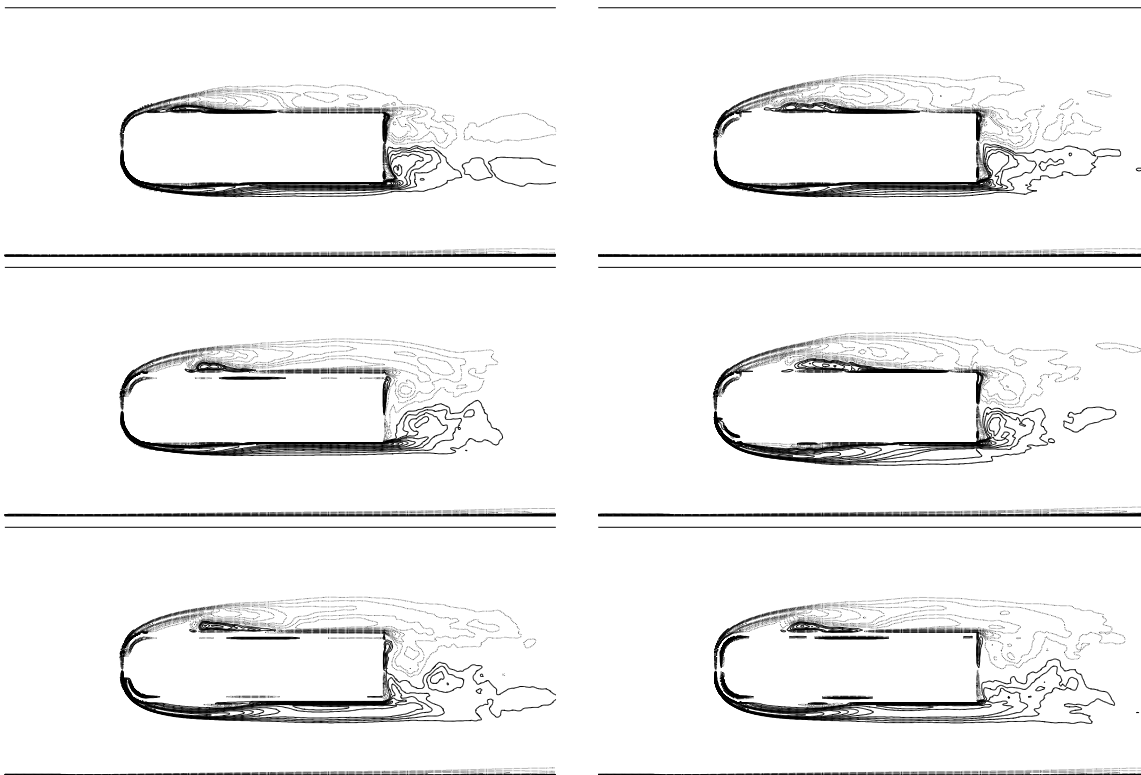


FIG. 2.11 – Champ de vorticité moyenne autour du corps d'Ahmed sans lunette à Reynolds 30000. Cas 0 (en haut à gauche), 1 (en haut à droite), 2 (au milieu à gauche), 3 (au milieu à droite), 4 (en bas à gauche) et 5 (en bas à droite).

La longueur et la hauteur adimensionnées du corps sont représentées par $L = 3.625$ et $H = 1$. Le domaine de calcul est $\Omega = (0, 12) \times (0, 5)$, où le corps est placé à une distance $d = 1$ de la route et les simulations numériques sont effectuées sur une grille cartésienne de taille 1536×640 pour un nombre de Reynolds $Re_L = 30000$; ce qui permet d'avoir un nombre suffisant de points dans la couche poreuse d'épaisseur $h = 0.1$. Un flux de vitesse constant $U = (1, 0)$ est imposé comme la condition de l'entrée et sur la route, et pour les deux autres frontières les conditions non réfléchissantes ont été utilisées.

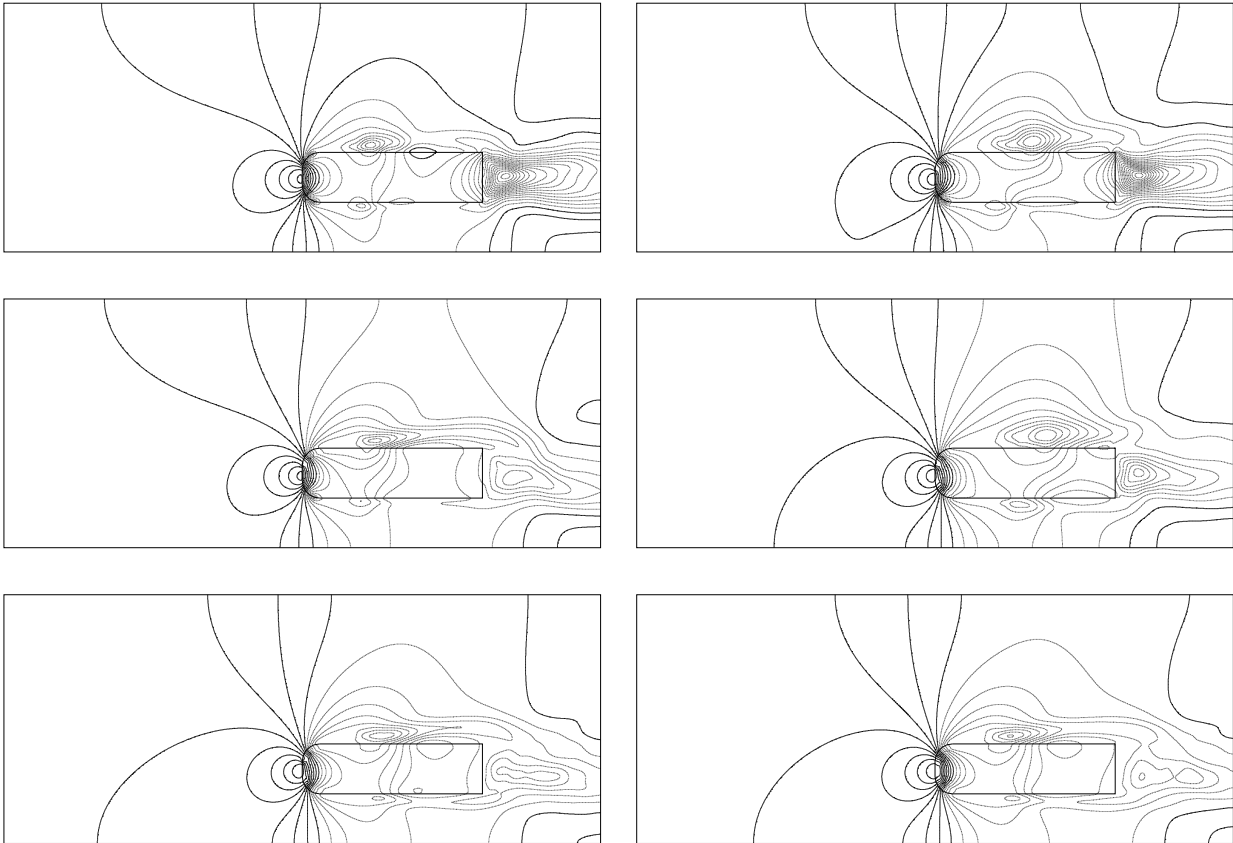


FIG. 2.12 – Champ de pression moyen autour du corps d'Ahmed sans lunette à Reynolds 30000. Cas 0 (en haut à gauche), 1 (en haut à droite), 2 (au milieu à gauche), 3 (au milieu à droite), 4 (en bas à gauche) et 5 (en bas à droite).

Le premier test concerne un corps sans lunette ([15]). Nous proposons d'examiner diverses configurations illustrées sur la figure 2.10 pour analyser les effets du contrôle sur l'écoulement à Reynolds 30000 basé sur la longueur du corps. Les résultats sont illustrés sur les figures 2.11 et 2.12 et sur le tableau 2.3. Dans le cas 1 ou 3, la forme de la couche poreuse induit un jet vertical qui augmente le décollement en amont du corps. La traînée amont est fortement augmentée, cependant dans le cas 3 un effet de jet sous le bas de caisse se combine avec cet effet négatif et diminue la traînée globale car le gradient de pression au culot est bien moins fort que dans le cas non-contrôlé. Dans les autres cas un écoulement laminaire de faible intensité s'instaure dans la couche poreuse et produit des petits jets de part et d'autre du culot qui ont pour effet de réduire considérablement le gradient de pression au culot et par voie de conséquence la traînée à l'aval. Cet effet est tellement fort que la traînée globale est réduite de 31% à 37% pour des milieux poreux distribués sur les parties haute et basse de la géométrie, même si la traînée amont augmente.

Ces réductions de la traînée s'associent à de fortes valeurs des coefficients pariétaux de pression statique. Dans ces trois cas il est à noter une forte baisse de l'enstrophie et du C_{Lrms} .

	C_{Lrms}	Enstrophie	Traînée amont	Traînée aval	Traînée
cas 0	0.517	827	0.173	0.343	0.526
cas 1	0.545 (+ 5%)	835 (+ 1%)	0.231	0.330	0.567 (+ 8%)
cas 2	0.396 (-23%)	592 (-28%)	0.156	0.166	0.332 (-37%)
cas 3	0.674 (+30%)	732 (-11%)	0.214	0.176	0.391 (-26%)
cas 4	0.381 (-26%)	541 (-35%)	0.213	0.139	0.362 (-31%)
cas 5	0.352 (-32%)	533 (-36%)	0.217	0.127	0.354 (-33%)

TAB. 2.3 – Valeur asymptotique du C_{Lrms} et valeurs moyennes de l'enstrophie et de la traînée pour l'écoulement autour du corps d'Ahmed sans lunette à Reynolds 30000.

Le deuxième cas étudié concerne un corps d'Ahmed avec lunette à 25 degrés pour le même nombre de Reynolds. Nous avons vu que les quarts de cercle à l'amont avaient un effet un peu négatif, aussi nous allons réduire l'entrée de la couche poreuse. Nous ne considérons ici que les configurations les plus bénéfiques révélées par l'étude précédente (voir figure 2.13). Les résultats sont illustrés sur les figures 2.14 et 2.15 et les données quantitatives physiques sont contenues dans le tableau 2.4. Dans le cas 1 l'effet de jet qui est l'effet le plus important n'opère que sur la lunette et pas sur le culot, aussi la traînée croît car le gradient de pression au culot augmente. En effet le petit jet laminaire horizontal accroît le décollement sur la lunette et entretient la dépression de culot. Il faut donc profiter de la couche de bas de caisse pour obtenir des gains en créant l'effet sur le bas du culot [16]. On peut alors obtenir quelques gains en particulier dans le cas 2 pour lequel l'entrée de l'écoulement est plus fort à l'amont. Pour obtenir des gains plus substantiels il faudrait probablement coupler ce contrôle passif avec une procédure active qui permet de réattacher l'écoulement sur la lunette.

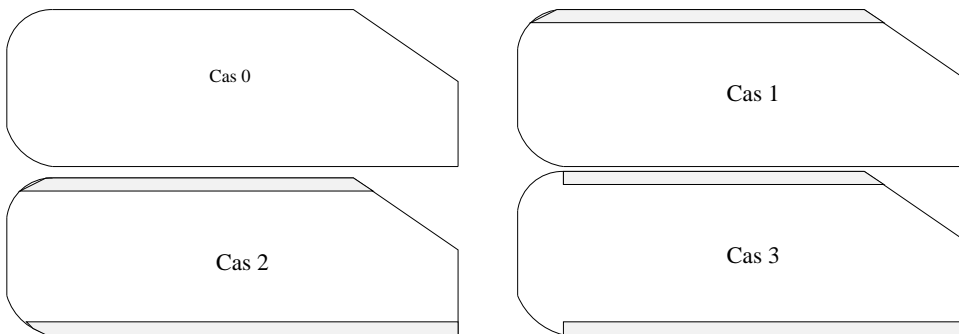


FIG. 2.13 – Cas 0 sans contrôle et cas 1 à 3 avec contrôle.

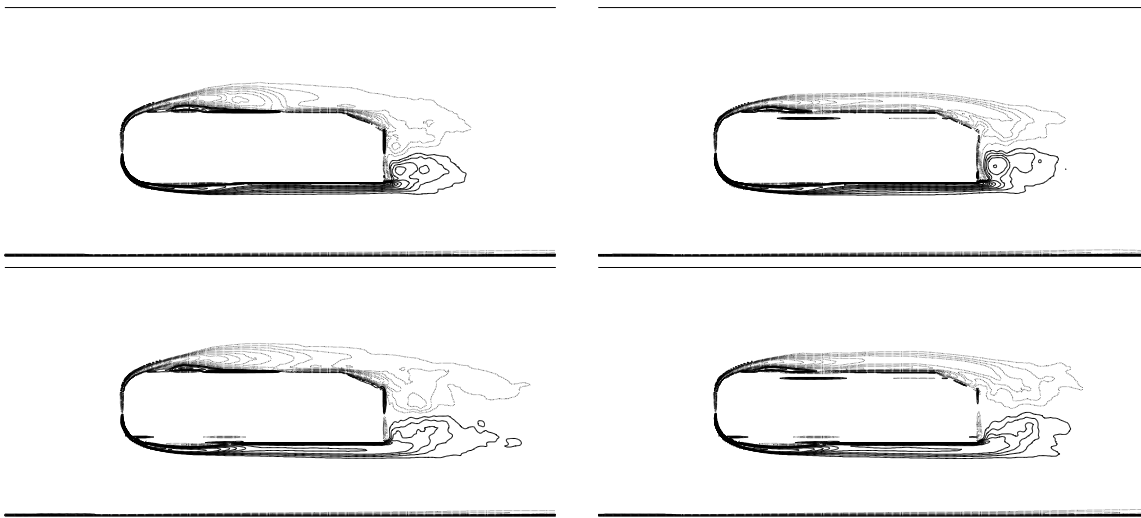


FIG. 2.14 – Champ de vorticité moyen autour du corps d’Ahmed avec lunette à Reynolds 30000. Cas 0 (en haut à gauche), 1 (en haut à droite), 2 (en bas à gauche) et 3 (en bas à droite).

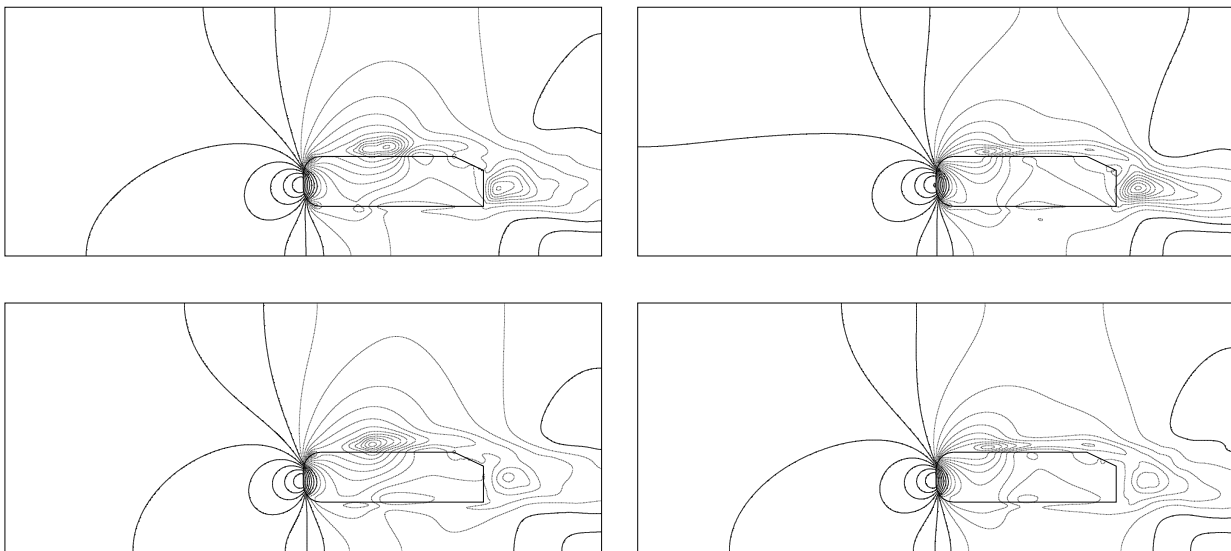


FIG. 2.15 – Champ de pression moyen autour du corps d’Ahmed avec lunette à Reynolds 30000. Cas 0 (en haut à gauche), 1 (en haut à droite), 2 (en bas à gauche) et 3 (en bas à droite).

	C_{Lrms}	Enstrophie	Traînée amont	Traînée aval	Traînée
cas 0	0.817	726	0.099	0.176	0.282
cas 1	0.600 (-27%)	605 (-17%)	0.100	0.190	0.300 (+ 6%)
cas 2	0.801 (- 2%)	670 (-18%)	0.093	0.124	0.224 (- 21%)
cas 3	0.534 (-35%)	552 (-24%)	0.092	0.151	0.254 (-10%)

TAB. 2.4 – Valeur asymptotique du C_{Lrms} et valeurs moyennes de l’enstrophie et de la traînée pour l’écoulement autour du corps d’Ahmed avec lunette à Reynolds 30000.

4 Conclusion

Dans ce chapitre les différentes méthodes de modélisation pour simuler des écoulements de fluides au voisinage des milieux poreux et des objets solides, ont été décrites. La méthode de pénalisation qui permet de modéliser simultanément les trois milieux a été présentée d'une façon détaillée. Cette technique ne nécessite aucun traitement spécifique ou couplage de codes. Elle est utilisée pour introduire une nouvelle approche de contrôle passif à l'aide des dispositifs poreux. L'introduction d'une couche poreuse à l'interface entre le fluide et le solide permet un contrôle très efficace de l'écoulement. Autour d'un pipeline la réduction importante du C_{Lrms} montre la forte diminution des vibrations et donc ce contrôle augmente de façon significative la durée de vie de la conduite. Dans le cas du corps d'Ahmed on peut obtenir par une position judicieuse des interfaces poreuses une bonne diminution de la traînée qui peut atteindre 35% pour un corps sans lunette.

En ce qui concerne le corps avec lunette, la mise en oeuvre d'une stratégie de contrôle aérodynamique efficace, en couplant des approches passives et actives (avec apport d'énergie par jet synthétique) pourrait sensiblement améliorer les effets de la stratégie du contrôle.

Les résultats obtenus dans le cadre de ce travail confirment l'intérêt des milieux poreux pour mettre au point des solutions capables de réduire de manière significative la traînée aérodynamique des véhicules terrestres. Des simulations doivent cependant être poursuivies avec les ingénieurs de l'automobile sur des géométries 3D à complexité croissante pour tester l'efficacité de tels systèmes dans des environnements hostiles (pluie, boues, neige..) et identifier leur efficacité et capacité d'intégration sur véhicule.

Bibliographie

- [1] Y. Achdou, O. Pironneau and F. Valentin, Effective boundary conditions for laminar flows over periodic rough boundaries, *J. Comp. Phys.* 1998 **147**.
- [2] Ph. Angot, Ch.-H. Bruneau and P. Fabrie, A penalization method to take into account obstacles in incompressible viscous flows, *Numer Math* 1999 **81**.
- [3] S.R. Ahmed, G. Ramm and G. Falting, Some salient features of the time averaged ground vehicle wake, *SAE paper* **840300**, 1984.
- [4] P. W. Bearman, Investigation of the flow behind a two-dimensional model with a blunt trailing edge with splitter plates, *J. Fluid Mech.* 1965 **21**.
- [5] P. W. Bearman and M. Branković, Experimental studies of passive control of vortex-induced vibration, *Eur. J. Mech. B/Fluids* 2004 **23**.
- [6] P.W. Bearman and J.K. Harvey, Control of circular cylinder flow by the use of dimples, *AIAA J.* 1993 **31**.
- [7] G.D. Beavers and D.D. Joseph, Boundary conditions at a naturally permeable wall, *J. Fluid Mech.* 1967 **30**.
- [8] E.B. Belov, S.V. Lomov, I. Verpoest, T. Peeters and D. Roose, Modelling of permeability of textiles reinforcements : lattice Boltzmann method, *Composites Sci. Tech.* 2004 **64**.
- [9] W.P. Breugem, B.J. Boersma and R.E. Uittenbogaard, The laminar boundary layer over a permeable wall, *Transport in porous media* 2005 **59**.
- [10] C.-H. Bruneau and P. Fabrie, Effective downstream boundary conditions for incompressible Navier-Stokes equations, *Int. J. Num. Meth. Fluids* 1994 **19**.
- [11] C.-H. Bruneau and P. Fabrie, New efficient boundary conditions for incompressible Navier-Stokes equations : A well-posedness result, *M²AN* 1996 **30**.
- [12] C.-H. Bruneau and I. Mortazavi, Contrôle passif d'écoulements incompressibles autour d'obstacles à l'aide de milieux poreux, *C. R. Acad. Sci.* 2001 **329** série II.
- [13] C.-H. Bruneau and I. Mortazavi, Passive control of the flow around a square cylinder using porous media, *Int. J. Num. Meth. Fluids* 2004 **46**.
- [14] C.-H. Bruneau and I. Mortazavi, Control of vortex shedding around a pipe section using a porous sheath, *Int. J. Offshore Polar Engg.* 2006 **16**.
- [15] Ch.-H. Bruneau, P. Gilliéron, I. Mortazavi, Passive control around the square back Ahmed body using porous devices, *Journal of Fluids Engineering*, in press.
- [16] Ch.-H. Bruneau, P. Gilliéron, I. Mortazavi, Flow manipulation around the Ahmed body with a rear window using passive strategies, *C. R. Acad. Sci.*, 2007 **335**.
- [17] C.-H. Bruneau and M. Saad, The 2d lid-driven cavity problem revisited, *Computers & Fluids* 2006 **35**.
- [18] J.-P. Caltagirone, Sur l'interaction fluide-milieu poreux : Application au calcul des efforts exercés sur un obstacle par un fluide visqueux, *C. R. Acad. Sci.* 1994 **318** série II.

- [19] G. Carbou, Brinkmann model and double penalization method for the flow around a porous thin layer, *J. Math. Fluid Mech.* 2006 **8**.
- [20] P.W. Carpenter and L.J. Porter, Effects of passive porous walls on boundary-layer instability, *AIAA J.* 2001 **39**.
- [21] D.B. Das, V. Nassehi and R.J. Wakeman, A finite volume model for the hydrodynamics of combined free and porous flow in sub-surface regions, *Adv. Environmental Res.* 2002 **7**.
- [22] C. Davies and P.W. Carpenter, Instabilities in a plane channel flow between compliant walls, *J. Fluid Mech.* 1997 **352**.
- [23] U. Ehrenstein, On the linear stabilities of channel flow over riblets, *Phys. Fluids* 1996 **8**.
- [24] M. Gad-El Hak, Flow control : passive, active and reactive flow management, *Cambridge Univ. Press*, 2000.
- [25] P. Gilliéron, Contrôle des écoulements appliqué à l'automobile, état de l'art, *Mécanique et Industries*, **3**, n^o 6, 2002.
- [26] P. Gilliéron and F. Chometon, Modelling of stationary three-dimensional detached airflows around an Ahmed Reference Body, *ESAIM Proc* 1999 **7**.
- [27] S. Hahn, J. Je and H. Choi, Direct numerical simulation of turbulent channel flow with permeable walls, *J. Fluid Mech.* 2002 **450**.
- [28] N.S. Hanspal, A.N. Waghode, V. Nassehi and R.J. Wakeman, Numerical analysis of coupled Stokes/Darcy flows in industrial filtrations, *Transport in Porous Media*, 2006 **64**.
- [29] J. Hlomuka, The linearized non-stationary problem for the permeable boundary Navier-Stokes flows, *Applied Math. Comput.* 2004 **158**.
- [30] J. Jimenez, M. Uhlmann, A. Pinelli and G. Kawahara, Turbulent shear flow over active and passive porous surfaces, *J. Fluid Mech.* 2001 **442**.
- [31] I.P. Jones, Low Reynolds number flow past a porous spherical shell, *Proc. Cambridge Philos. Soc.* 1973 **73**.
- [32] N. Kevlahan and J.M. Ghidaglia, Computation of turbulent flow past an array of cylinders using a spectral method with Brinkman penalization", *Eur. J. Mech. B/Fluids* 2001 **20**.
- [33] P. Luchini, Asymptotic analysis of laminar boundary-layer flow over finely grooved surfaces, *Eur. J. Mech. B/Fluids* 1995 **14**.
- [34] A. Miliou, S.J. Sherwin and J.M.R. Graham, Fluid dynamic loading on curved riser pipes, *ASME J. Offshore Mech. Artic Engg.* 2003 **125**.
- [35] D.A. Nield, A. Bejan, Convection in porous media, Springer, 1999.
- [36] J.A. Ochoa-Tapia and S. Whitaker, Momentum transfer at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid, *Int. J. Heat Mass Transfer* 1995 **38**.
- [37] B.J. Pangrle, A.N. Alexandrou, A.G. Dixon and D. Dibiasio, An analysis of laminar fluid flow in porous tube and shell systems, *Chem. Engg. Sci.* 1991 **46**.
- [38] B. Perot and P. Moin, Shear-free turbulent boundary layers. Part 1. Physical insights into near-wall turbulence, *J. Fluid Mech.* 1995 **295**.
- [39] A.G. Salinger, R. Aris and J.J. Derby, Finite element formulations for large-scale, coupled flows in adjacent porous and open fluid domains, *Int. J. Num. Meth. Fluids* 1994 **18**.
- [40] R.L. Sani, P.M. Gresho, Résumé and remarks on the open boundary condition minisymposium *Int. J. Num. Meth. in Fluids*, 1994 **18**.
- [41] R.A. Silva and M.J.S. de Lemos, Turbulent flow in a channel occupied by a porous layer considering the stress jump at the interface, *Int. J. Heat Mass Transfer* 2003 **46**.

- [42] L.M. de Socio, L. Marino and G. Seminara, Stability and admittance of a channel flow over a permeable interface, *Phys. Fluids* 2005 **17**.
- [43] K. Vafai and C.L. Tien, Boundary and inertia effects on flow and heat transfer in porous media, *Int. J. Heat Mass Transfer* 1981 **24**.
- [44] B. Verleye, M. Klitz, R. Croce, D. Roose, S. Lomov and I. Verpoest, Computation of the permeability of textiles, *Computational textile X*. Zeng, Y. Li, D. Ruan and L. Koehl Ed., Springer Verlag, 2006.
- [45] C. Wagner and R. Friedrich, On the turbulence structure in solid and permeable pipes, *Int. J. Heat Fluid Flow* 1998 **19**.
- [46] S. Whitaker, The method of volume averaging, Kluver, 1999.
- [47] O. Wiplier and U. Ehrenstein, Numerical simulation of linear and nonlinear disturbance evolution in a boundary layer with compliant walls, *J. Fluids and Structures* 2000 **14**.
- [48] H.Y. Wong, A means of controlling bluff body separation, *J. Indus. Aerodynamics* 1979 **4**.
- [49] M.M. Zadravkovich, Review and classification of various aerodynamic and hydrodynamic means for suppressing vortex shedding, *J. Wind Eng. Indust. Aerodynamics* 1981 **7**.

Chapitre 3

Simulation numérique et contrôle d'un écoulement laminaire derrière une marche descendante

Cette étude porte sur la validation des simulations numériques et sur l'adaptation d'une technique de contrôle basée sur l'oscillation de l'écoulement d'entrée afin de modifier la dynamique de "*shedding*", le phénomène de transport et la stationnarité d'un écoulement à bas nombre de Reynolds. L'effet sur l'efficacité du contrôle de la variation de la fréquence et de l'amplitude des oscillations à l'entrée est vérifié dans ce contexte.

Mots clefs : Contrôle d'écoulements, écoulements laminaires faiblement compressibles, marche descendante.

1 Introduction

Les écoulements à faibles valeurs du nombre de Reynolds demeurent bidimensionnels même après avoir atteint le régime permanent ([14]), tandis que les écoulements à valeurs plus élevées du nombre de Reynolds demeurent bidimensionnels jusqu'aux temps où les instabilités de l'écoulement induisent des effets tridimensionnels.

La marche descendante se démarque comme l'un des cas importants de modèles géométriques considérés comme bidimensionnels. Quoique simple, ce modèle géométrique a l'attrait que les écoulements y sont caractérisés par d'importants phénomènes fondamentaux reliés à la mécanique des fluides : le développement d'une couche limite sur la paroi horizontale en amont, le décollement et le développement d'une couche de cisaillement au coin de la marche, la formation d'une zone de recirculation en aval de la paroi verticale, le recollement de la couche de cisaillement sur la paroi horizontale en aval et le redéveloppement d'une couche limite en aval du point de recollement. Le brusque élargissement de la section provoque un gradient de pression inverse qui conduit à une séparation de l'écoulement en plusieurs zones, avec l'apparition d'une première recirculation derrière la marche et, quand le Reynolds augmente, d'une deuxième sur la paroi supérieure. Lorsque le régime devient transitoire, la taille des recirculations diminue ([13]). Dans le cas de la seconde recirculation, cette diminution continue jusqu'à disparition totale quand le régime devient turbulent. La recirculation principale est alors de longueur stable ([1],[5]). C'est d'ailleurs à cause de la présence de ces phénomènes fondamentaux que la marche descendante a fait l'objet de nombreux travaux de recherche au fil des années. Du côté expérimental, la plupart des travaux disponibles dans la littérature portent sur les caractéristiques moyennes et/ou stationnaires des écoulements ([1],[5]). Ces études ont montré que la distance séparant la paroi

verticale et le point de recollement de la zone de la recirculation variait quasi linéairement avec le nombre de Reynolds. Elles ont aussi observé que la zone de la recirculation était composée de trois régions de vorticité distinctes lorsque le nombre de Reynolds était supérieur à 140. Cette richesse des cas tests expérimentaux a transformé la géométrie de la marche descendante en un cas de validation numérique important, tant en régime laminaire ([8], [14],[4]) qu'en régime turbulent ([7],[9],[13]).

Dans ce chapitre, un écoulement laminaire, stationnaire et stable à $Re = 191$ au-dessus d'une marche descendante est modélisé par une méthode de simulation numérique directe du même type que celle détaillée au chapitre 1. Ce nombre de Reynolds a été choisi pour deux raisons : l'aspect 2D de l'écoulement et la possibilité de comparer à un nombre considérable d'études antérieures ([5], [1],[8],[14]) . Ce cas est caractérisé par une seule zone de recirculation elliptique bidimensionnelle.

Cette étude porte sur la validation des simulations numériques, puis l'adaptation d'une technique de contrôle ([3]) basée sur l'oscillation de l'écoulement d'entrée afin de modifier la dynamique de "shedding", le phénomène de transport et la stationnarité de l'écoulement ([4]). L'effet de la variation de la fréquence et de l'amplitude des oscillations à l'entrée sur l'efficacité du contrôle est vérifié dans ce contexte. Le contrôle est quantifié par des fonctionnelles liées aux propriétés de l'écoulement.

2 Simulation numérique et domaine de calcul

Les équations de Navier-Stokes sont r solv es par la simulation numérique directe basée sur des grilles triangulaires non-structur es ([6]). Le schéma de résolution est la méthode mixte d'éléments finis-volumes finis d'ordre 2 en espace et en temps ([15]) présentée au chapitre 1.

Le domaine de calcul D est un canal avec une marche descendante (figure 3.1).

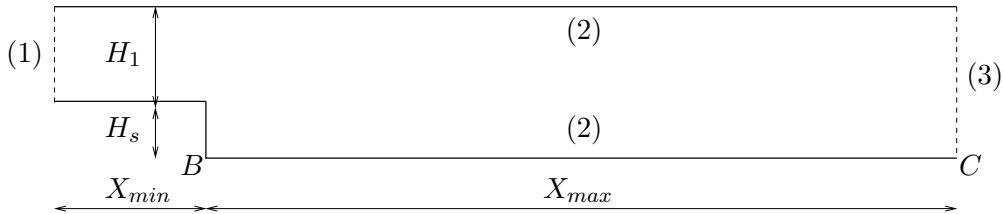


FIG. 3.1 – Domaine de calcul.

Le schéma numérique est utilisé pour calculer l'écoulement dans ce canal à un nombre de Reynolds modéré, basé sur la hauteur de la marche et la vitesse à l'entrée U_0 ($Re = U_0 H_s / \nu$).

Dans cette étude, trois conditions aux limites différentes sont imposées (voir la figure (3.1)) pour définir les frontières du domaine de calcul. L'entrée (1) est un écoulement subsonique avec la vitesse et la température définies par :

$$(1) \begin{cases} u &= U_0, \\ v &= 0, \\ T &= T_0. \end{cases}$$

Les limites (2) correspondent aux parois d'adhérence isotherme.

$$(2) \begin{cases} u &= 0, \\ v &= 0, \\ T &= T_0, \end{cases}$$

et finalement la frontière (3) est définie par une condition de sortie subsonique non-réfléchissante. Les deux premières conditions aux limites sont précisément décrites en [12]. En ce qui concerne la sortie (3), la condition non-réfléchissante corrigée en [2] est utilisée. Cette condition, qui est décrite au chapitre 1, a la spécificité d'empêcher des remontées d'ondes acoustiques lorsqu'un tourbillon traverse la frontière de sortie.

3 Validation de la simulation non-contrôlée

Avant de commencer le processus de contrôle, il est important de valider nos simulations numériques en les comparant aux résultats existant dans la littérature. Les comparaisons sont surtout concentrées sur des résultats expérimentaux et numériques obtenus par Denham et Patrick [5], Armaly *et al* [1] et Ghoniem et Gagnon [8] pour $Re = 191$. Le tableau ci-dessous résume les paramètres géométriques sélectionnés correspondant à [8].

H_1/H_s	2
X_{min}/H_s	12
X_{max}/H_s	15
Quantités géométriques	- Point de recollement - Profils de vitesse - Surface de recirculation

On considère qu'un résultat est convergé quand il ne change plus avec le raffinement du maillage. On constate d'abord que la longueur de recirculation obtenue ($L_r \approx 8.6H_s$) coïncide avec la longueur obtenue lors des études précédentes ([1],[5] et [8]). Par ailleurs, les profils de vitesse (figure 3.2) sont les mêmes que ceux obtenus par Ghoniem et Gagnon ([8] p 368 fig 12). Il faut ajouter que les écoulements faiblement compressibles et incompressibles se comportent de la même manière à nombres de Reynolds modérés (Himdi [10]).

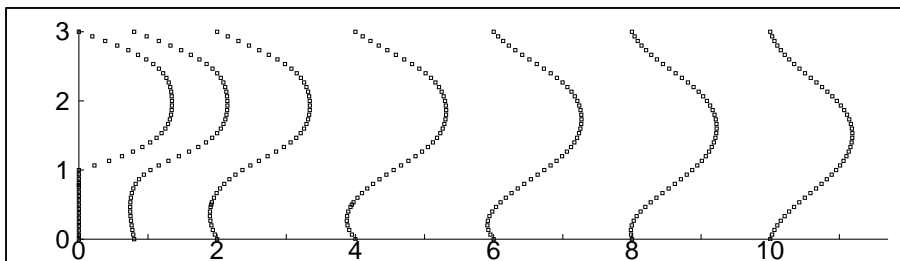
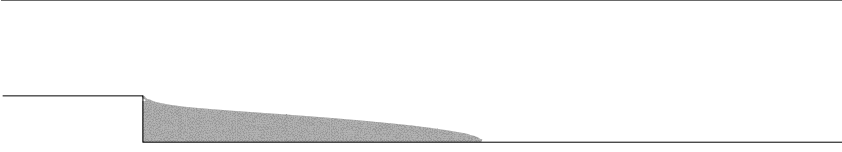


FIG. 3.2 – Profils de vitesse à $Re = 191$.

En ce qui concerne la zone de recirculation, qui est définie comme la zone des vitesses horizontales (u) négatives (figure 3.3), nos résultats numériques montrent une excellente similarité avec les données incompressibles ([8], fig. 10).

FIG. 3.3 – Zone de recirculation ($u < 0$) à $Re = 191$.

4 Contrôle

4.1 Méthode et coefficients de contrôle

On veut contrôler cet écoulement laminaire en insérant à la place de la condition uniforme (1) un écoulement pulsé à l'entrée :

$$\begin{cases} u(t) &= U_0 \left(1 + A \cos \left(\frac{2\pi U_0 f t}{H_s} \right) \right), \\ v &= 0, \\ T &= T_0 \\ X_{min}/H_s &= 3 \end{cases}$$

Les deux paramètres A et f correspondent respectivement à l'amplitude et à la fréquence du profil d'entrée. La période du signal correspond au temps nécessaire au fluide pour parcourir la distance H_s/f avec la vitesse uniforme U_0 . La théorie des écoulements confinés pulsés est détaillée dans [11].

Les paramètres du contrôle sont décrits par $r_{dw}(t)$, $r_{recbot}(t)$ et $r_{rec}(t)$:

$$\begin{aligned} r_{dw}(t) &= \frac{1}{BC} \int_{BC} \left(-\frac{\partial u}{\partial y}(x, y, t) \right)^+ dx, \\ r_{recbot}(t) &= \frac{1}{area(D)} \int \int_{D/y < H_s} (-u(x, y, t))^+ dx dy, \\ r_{rec}(t) &= \frac{1}{area(D)} \int \int_D (-u(x, y, t))^+ dx dy, \end{aligned}$$

où pour $\alpha \in \mathbb{R}$, $\alpha^+ = \frac{\alpha + |\alpha|}{2}$. Cette notation permet de détecter la zone de recirculation ayant des valeurs négatives de $\frac{\partial u}{\partial y}$ et u .

Le premier coefficient $r_{dw}(t)$ permet de mesurer la proportion des zones de recirculation sur la paroi inférieure. Le second coefficient $r_{recbot}(t)$ compare la surface des régions rotationnelles dans la partie inférieure du canal ($u < 0$ et $y < H_s$) à la surface du canal. Il permet d'étudier l'effet du contrôle sur l'évolution du rotationnel dans le domaine. Dans un écoulement laminaire non-contrôlé les tourbillons sont concentrés uniquement dans la partie inférieure du canal, ce qui n'est pas certain après le déclenchement du contrôle. On introduit alors le coefficient $r_{rec}(t)$ qui vérifie la proportion des zones rotationnelles par rapport à la surface du canal.

L'effet du contrôle est analysé en observant ces trois coefficients et en visualisant les champs de vorticité et de vitesse. Les paramètres du contrôle sont : l'amplitude et la fréquence de l'écoulement pulsé. Ci-dessous, nous allons présenter une fonction de c t pour quantifier ce contrôle.

4.2 Coût du processus de contrôle

En utilisant la vitesse d'entrée pulsée décrite au chapitre précédent, l'accélération du fluide est définie par :

$$\frac{\partial U}{\partial t}(t) = -\frac{2\pi A f U_0^2}{H_S} \sin\left(\frac{2\pi U_0 f t}{H_S}\right).$$

En sachant que $\frac{\partial U}{\partial t}(t)$ ne dépend pas des variables d'espace, la force nécessaire pour atteindre cette accélération s'écrit comme :

$$F(t) = \rho S \frac{\partial U}{\partial t}(t)$$

où S est la surface de l'entrée.

La première définition de fonction de coût sur la période $[0, T_F]$ s'écrit :

$$J_c^*(f, A) = \|F(t)\|_{L^2[0, T_F]}^2,$$

ce qui signifie :

$$J_c^*(f, A) = \frac{2\rho^2 S^2 \pi^2 A^2 f^2 U_0^4}{H_S^2} \left[T_F - \frac{H_S}{4\pi U_0 f} \sin\left(\frac{4\pi U_0 f T_F}{H_S}\right) \right].$$

Dans ce travail les tests sont effectués pour différentes valeurs de f , sur l'ensemble $\{f_1, f_2, \dots, f_n\} \in \mathbb{N}^n$. Considérant $T_F = \frac{H_S}{U_0}$, on obtient :

$$J_c^*(f_j, A) = \frac{2\rho^2 S^2 \pi^2 A^2 f_j^2 U_0^4 T_F}{H_S^2} \quad (1 \leq j \leq n),$$

qui est proportionnel à la fonction de coût :

$$J_c(f_j, A) = A^2 f_j^2.$$

On constate que la valeur de $J_c(f_j, A)$ est explicitement donnée par f_j et A . Le point important à retenir de ces définitions est le fait que pour un couple de variables (f_1, A_1) et (f_2, A_2) ayant la même influence sur le fluide, il faut choisir celui pour lequel le produit $f_i^2 A_i^2$ ($1 \leq i \leq 2$) est le plus petit.

4.3 Objectif du contrôle

Le but principal du contrôle dans ce travail est de casser la structure uniforme de la zone de recirculation derrière la marche en modifiant le phénomène de déclenchement tourbillonnaire. Ceci crée des structures rotationnelles transportées par l'écoulement et permet aux particules piégées dans la zone de recirculation de quitter le domaine. Ce processus est très utile en combustion. L'efficacité de cette approche du contrôle dépend du choix de la fréquence et de l'amplitude du signal à l'entrée. L'effet du contrôle est analysé en utilisant \bar{r}_{dw} , \bar{r}_{recbot} et \bar{r}_{rec} . Ces variables sont définies comme les moyennes temporaires de $r_{dw}(t)$, $r_{recbot}(t)$ et $r_{rec}(t)$ sur la période $[0, T_F]$. Elles caractérisent les changements des zones rotationnelles. Ces résultats seront complétés par la visualisation instantanée du champ d'écoulement.

5 Résultats numériques

Dans ce chapitre, afin de choisir les valeurs les plus efficaces de la fréquence et de l'amplitude pour atteindre nos objectifs de contrôle, une étude de ces deux paramètres est effectuée. On fait varier séparément chaque paramètre pour observer son effet sur les coefficients \bar{r}_{dw} , \bar{r}_{recbot} , \bar{r}_{rec} et sur les isovaleurs de l'écoulement.

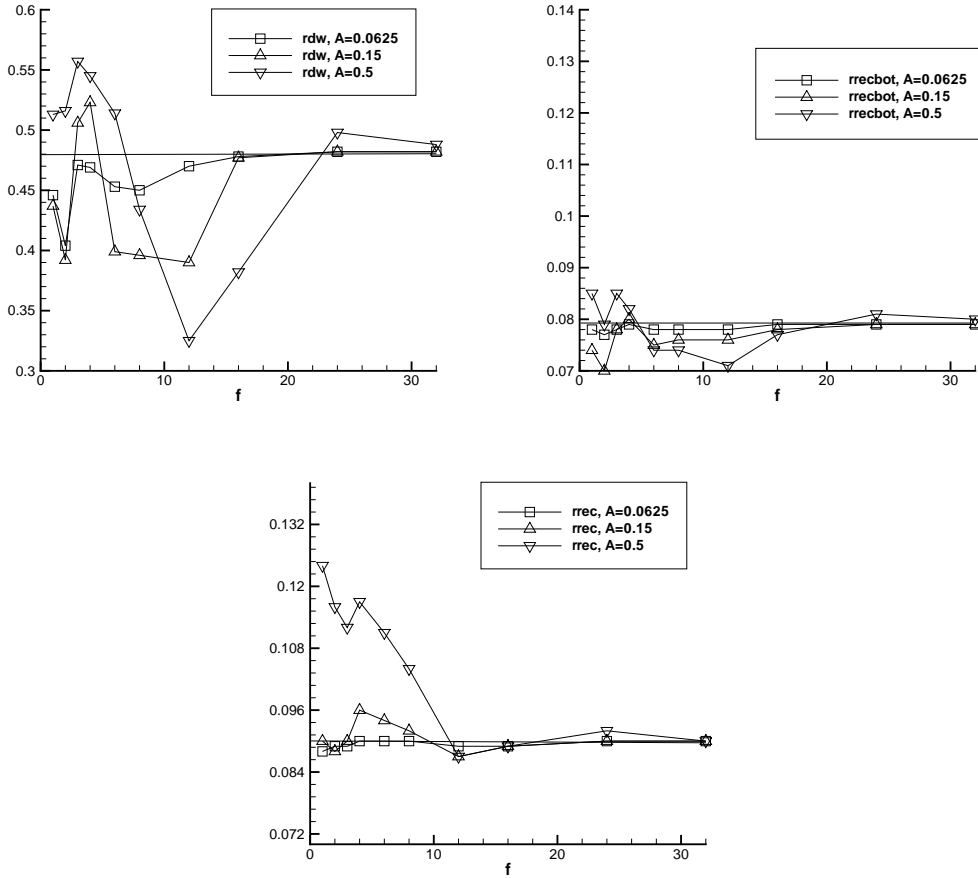
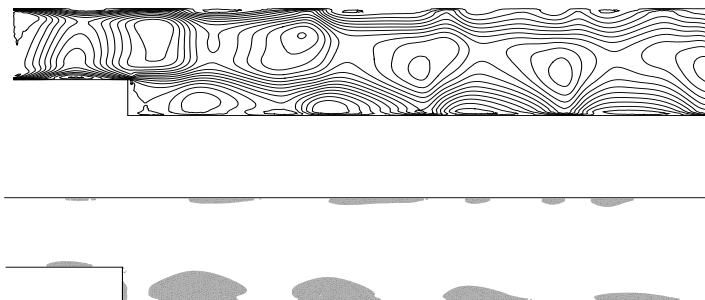
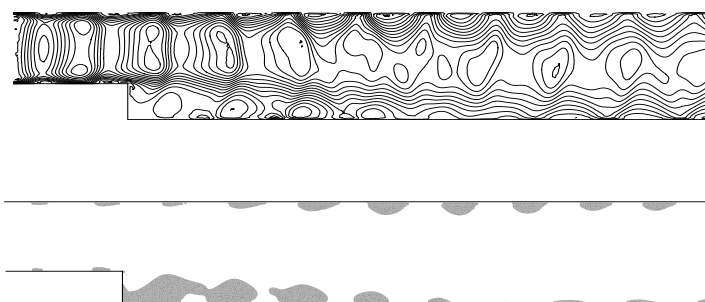
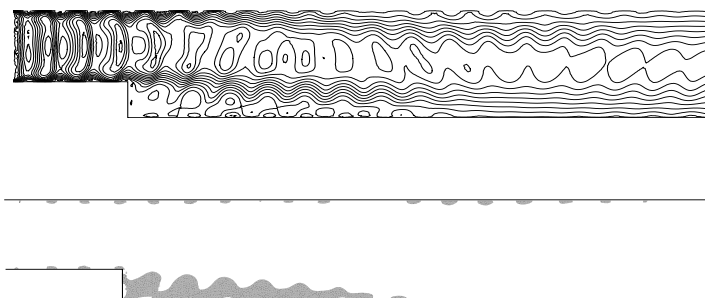
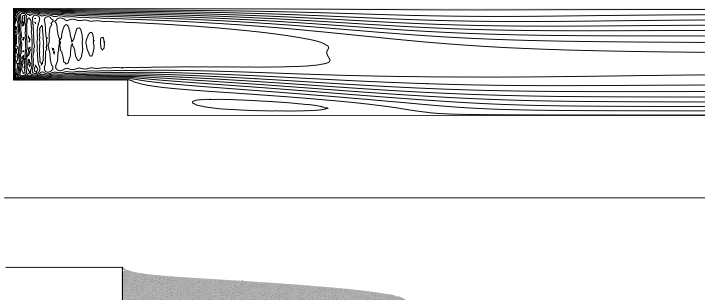


FIG. 3.4 – Evolution de \bar{r}_{dw} (haut gauche), \bar{r}_{recbot} (haut droite) et \bar{r}_{rec} (bas) pour $A = 0.0625$, $A = 0.15$ et $A = 0.5$ en fonction de la fréquence.

5.1 Variation de la fréquence

Sur la figure 3.4, les variations de \bar{r}_{dw} , \bar{r}_{recbot} et \bar{r}_{rec} en fonction de la fréquence pour trois valeurs d'amplitude ($A = 0.0625$, $A = 0.15$ et $A = 0.5$) ont été affichées.

Par ailleurs, pour une meilleure compréhension de l'effet du contrôle, les isovaleurs de u et de la zone de recirculation (à un temps donné après l'établissement de l'écoulement) pour $f = 3$, $f = 6$, $f = 12$ et $f = 32$ et la même amplitude $A = 0.5$, sont montrées sur les figures 3.5 à 3.8. Tous les résultats montrent que pour $f \geq 20$ aucune différence entre les écoulements contrôlés et non-contrôlés n'est observable (figure 3.8). On constate qu'un contrôle efficace a lieu pour les petites fréquences ($f \leq 6$). Dans cette zone de valeurs ($f \leq 6$) \bar{r}_{dw} augmente rapidement en fonction de la fréquence et \bar{r}_{rec} diminue de même façon (figure 3.4). Cet événement est dû à la cassure de la zone de recirculation et à la modification du processus de *shedding* par l'écoulement pulsé. Cette modification engendre régulièrement une série de structures rotationnelles se déplaçant rapidement dans le canal sans pour autant pouvoir interagir ensemble en raison de la laminarité de l'écoulement (figure 3.5). En augmentant la fréquence jusqu'à $f \approx 6$, le nombre de ces structures augmente et leur taille diminue (figure 3.6). Pour cette gamme de fréquences, on peut contrôler la taille et le nombre des structures tourbillonnaires ainsi que la forme de la zone de recirculation. A partir de la fréquence critique $f = 6$, progressivement l'effet du contrôle

FIG. 3.5 – Isovaleurs de u (haut) et de vorticité (bas) pour $A = 0.5$ et $f = 3$.FIG. 3.6 – Isovaleurs de u (haut) et de vorticité (bas) pour $A = 0.5$ et $f = 6$.FIG. 3.7 – Isovaleurs de u (haut) et de vorticité (bas) pour $A = 0.5$ et $f = 12$.FIG. 3.8 – Isovaleurs de u (haut) et de vorticité (bas) pour $A = 0.5$ et $f = 32$.

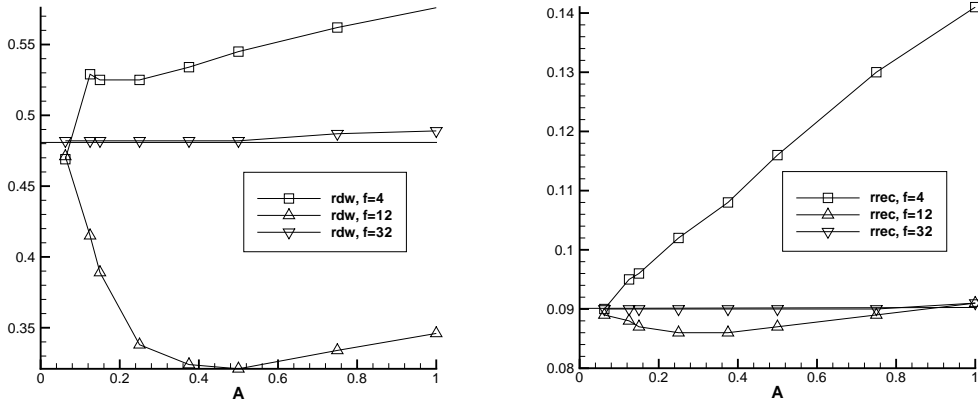


FIG. 3.9 – Evolution de \bar{r}_{dw} (gauche) et \bar{r}_{rec} (droite) pour $f = 4, 12$ et 32 en fonction de l'amplitude.

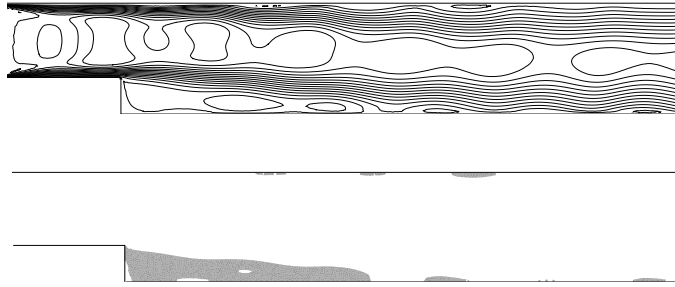


FIG. 3.10 – Isovaleurs de u (haut) et de vorticité (bas) pour $A = 0.1$ et $f = 4$.

diminue, les tourbillons se rejoignent et on tend vers un état stationnaire et sans contrôle (figures 3.7 et 3.8). Ce comportement coincide avec une diminution de \bar{r}_{dw} et de \bar{r}_{recbot} (figure 3.4).

5.2 Variation de l'amplitude

Sur la figure 3.9, les variations de \bar{r}_{dw} , \bar{r}_{recbot} et \bar{r}_{rec} en fonction de l'amplitude pour trois valeurs de fréquences ($f = 4, f = 12$ et $f = 32$) sont tracées. A nouveau, on observe que l'écoulement reste inchangé avec $f = 32$ et que l'influence du contrôle avec $f = 12$ sur la vorticité dans le canal reste négligeable. On va donc s'intéresser en particulier à l'évolution de l'amplitude à $f = 4$.

Pour $f = 4$, les valeurs de \bar{r}_{dw} et \bar{r}_{rec} augmentent sensiblement avec la valeur de l'amplitude (figure 3.9). Ce comportement est confirmé en étudiant les champs de l'écoulement (figures 3.10 à 3.12). On constate qu'au dessus d'une valeur critique de l'amplitude ($A \geq 0.2$), la taille des structures tourbillonnaires en fonction des valeurs croissantes de A augmente. De plus, la figure 3.9 montre que \bar{r}_{recbot} croît sensiblement pour $A \geq 0.5$.

L'ensemble de ces résultats montre que d'une part le contrôle est efficace pour $A \geq 0.2$, et d'autre part que les structures tourbillonnaires grossissent quand on augmente la valeur de l'amplitude. En effet, le mécanisme du contrôle est surtout régi par un choix approprié de la fréquence.

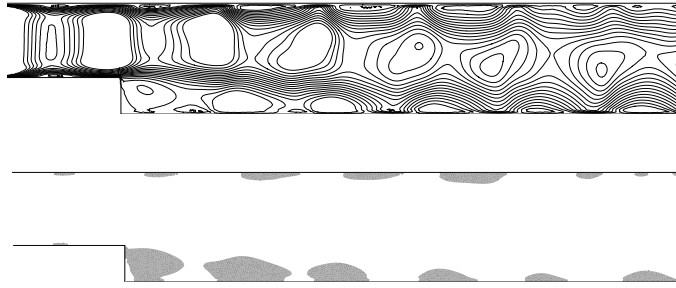


FIG. 3.11 – Isovaleurs de u (haut) et de vorticité (bas) pour $A = 0.4$ et $f = 4$.

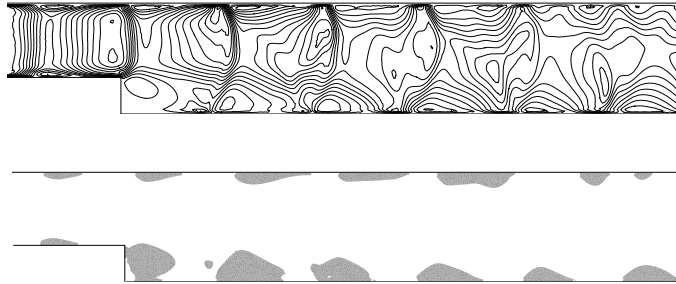


FIG. 3.12 – Isovaleurs de u (haut) et de vorticité (bas) pour $A = 0.9$ et $f = 4$.

6 Conclusion

Dans ce chapitre une méthode de simulation directe a été validée pour un écoulement laminaire bidimensionnel faiblement compressible dans un canal avec une marche descendante. Ensuite, une approche de contrôle basée sur un profil d'entrée pulsé a été introduite afin de modifier le processus de création et de transport des structures tourbillonnaires. L'objectif du contrôle dans ce travail était de casser la structure uniforme de la zone de recirculation devant la marche en modifiant le phénomène de déclenchement tourbillonnaire (*vortex shedding*). Une étude paramétrique de la fréquence et de l'amplitude a alors été effectuée, afin de choisir les valeurs les plus efficaces pour atteindre les objectifs de contrôle. On a constaté qu'avec un choix approprié des paramètres d'oscillation on peut modifier le processus de "*shedding*" et ainsi contrôler la taille et la longueur de la zone de recirculation. Ceci permet la création de tourbillons qui se déplacent rapidement dans l'écoulement et quittent le domaine. Dans le chapitre qui suit ces études seront étendues aux écoulements transitionnels. Les instabilités d'écoulements à plus grands nombres de Reynolds rendent les tentatives de contrôle plus compliquées.

Bibliographie

- [1] B.F. Armaly and F. Durst and J.C.F. Pierira and B. Schonung, *Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow*, Journal of Fluid Mechanics, **127**, 473, (1983).
- [2] C.H. Bruneau and E. Creuse, *Towards a transparent boundary conditions for the compressible Navier–Stokes Equations*, Int. J. Num. Meth. Fluids, **36**, 807-840 (2001).
- [3] E. Creusé, *Comparison of active control techniques over a dihedral plane*, ESAIM : Journal of Control Optim. Calc. Var., **6**, 443-466, (2001).
- [4] E. Creusé and I. Mortazavi, *Simulation of low Reynolds number control over a backward-facing step using pulsed inlet velocities*, AMRX Applied Mathematics Research Express, **4**, 133-152, (2004).
- [5] M.K. Denham and M.A. Patrick, *Laminar flow over a downstream-facing step in a two-dimensional flow channel*, Trans. Inst. Chem. Eng, **52**, 361, (1974).
- [6] L. Fezoui, S. Lanteri, B. Larrouturou, C. Olivier, *Résolution numérique des équations de Navier-Stokes pour un fluide compressible en maillage triangulaire*, INRIA Research report, **1033**, (1989).
- [7] Y. Gagnon, A. Giovannini and P. Hebrard, *Numerical simulation and physical analysis of high Reynolds number recirculating flows behind sudden expansions*, Physics of Fluids, **10**, 2377-2389, (1993).
- [8] A.F. Ghoniem and Y. Gagnon, *Vortex simulation of laminar recirculating flows*, Journal of computational physics, **68**, 346-377, (1987).
- [9] A.F. Ghoniem, A.J. Chorin and A.K. Oppenheim, *Numerical modelling of turbulent flow in a combustion tunnel*, Philos. Trans. Roy. Soc. London Ser. A, **304**, 303-325, (1987).
- [10] M. Himdi, *Contribution à la simulation numérique des écoulements de fluides compressibles et peu compressibles par le code de calcul KIVA-II*, PH-D Thesis, Laboratoire de mécanique de Lille, France, (1993).
- [11] R. Panton, *Incompressible flow*, John Wiley & Sons, New York, (1984).
- [12] T.J. Poinsot and S.K. Lele, *Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows*, Journal of Computational Physics, **101**, 104–129, (1992).
- [13] C. Romé, *Une méthode de raccordement de maillages non-conformes pour la résolution des équations de Navier-Stokes*, PH-D Thesis, Université de Bordeaux I, France, (2006).
- [14] R. Savoie, *Etude numérique d'écoulements de fluides par une méthode vortex : la marche descendante et les cavités sur les ailes de papillons*, PH-D Thesis, Université de Sherbrooke, Canada, (1996).
- [15] J.C. Strikwerda, *Initial boundary value problems for incompletely parabolic systems*, Communication on Pure and Applied Mathematics, **30**, 797–822, (1977).

Chapitre 4

Méthodes Vortex et contrôle d'écoulements complexes

La convergence numérique des méthodes vortex bidimensionnelles pour les écoulements complexes et confinés à grands nombres de Reynolds est étudiée, en fonction de trois paramètres de discrétisation principaux. Deux de ces paramètres sont liés à la discrétisation spatiale de la vorticité et le troisième au pas de temps. Les comportements dus au manque de précision et à l'absence de stabilité sont ainsi analysés. De plus, l'erreur due à la méthode de marche aléatoire est étudiée. Une fois définie une zone de précision et de stabilité, le schéma de calcul est utilisé pour étudier et contrôler les écoulements tourbillonnaires, et les phénomènes observés sont alors considérés comme «réalistes». En particulier, à la fin du chapitre, des techniques de contrôle en boucle ouverte et boucle fermée sont conçues pour modifier les mécanismes du déclenchement tourbillonnaire dans un écoulement transitionnel de marche descendante.

Mots clés : Méthodes particulières, convergence numérique, contrôle actif, boucle fermée.

1 Introduction

Depuis A.J. Chorin [3, 4] et en particulier au cours des vingt dernières années, les méthodes vortex (ou méthodes particulières) sont devenues une branche de la mécanique des fluides numérique pour la simulation directe d'écoulements complexes 2D et 3D [5]. Ces méthodes résolvent les équations instationnaires de la mécanique des fluides en distinguant dans l'écoulement les zones irrotationnelles et les zones rotationnelles, elles permettent de n'effectuer le gros des calculs que dans ces dernières. Cela fait que les méthodes vortex sont considérées comme appropriées pour étudier la dynamique tourbillonnaire. Cette façon «intelligente» de décrire les zones tourbillonnaires et l'économie importante de coût de calcul effectuée représentent un avantage non-négligeable par rapport aux méthodes qui obligent à calculer sur tout le domaine de simulation. Ces méthodes sont divisées en plusieurs catégories, citons en particulier les techniques purement lagrangiennes du type *vortex blob* ([3, 10, 18]) ou les approches semi-lagrangiennes du type *Vortex-In-Cell* (VIC [7, 5, 22, 6]).

Dans ce chapitre, nous présentons une étude de la convergence numérique des algorithmes correspondant à chacune de ces approches, pour des écoulements confinés, 2D plans, instationnaires, visqueux et incompressibles. Cette étude est utile pour faire le point sur le comportement numérique de ces techniques, sur leurs capacités, mais aussi sur leurs limites, tout particulièrement en sachant que leur convergence mathématique avec la condition d'adhérence pour les écoulements complexes reste un problème ouvert. Notre objectif principal est d'analyser les effets sur les simulations numériques du choix du pas de temps Δt , de la circulation élémentaire Γ et du rayon de

la fonction de noyau δ . Pour cette étude de convergence, on se base entre autres, sur l'évolution en fonction des paramètres de discrétisation des résultats moyennés dans le temps obtenus par :

$F(t) = \int_{t_1}^{t_2} \frac{f(t)}{t_2 - t_1} d(t)$ une fois que l'état asymptotique est acquis, c'est-à-dire quand le nombre des tourbillons se stabilise, le processus pour moyenner les résultats sur 1000 – 2000 pas de temps commence.

Une fois définie une zone de précision et de stabilité, le schéma de calcul sera utilisé pour étudier et contrôler les écoulements, et les phénomènes observés pourront être considérés comme «réalistes». La seconde partie du chapitre est consacrée à la simulation numérique et le contrôle des écoulements confinés à grands nombres de Reynolds. Une fois la simulation effectuée, des stratégies de contrôle seront mises en oeuvre pour "manipuler" et modifier la création, le transport et le mélange des structures tourbillonnaires [18, 19, 8]. Les configurations étudiées correspondent à un écoulement confiné dans un mélangeur à double flux [18, 19], ainsi qu'à un écoulement derrière une marche descendante [8].

2 Méthodes vortex

Les équations de Navier-Stokes bidimensionnelles, présentées sous forme adimensionnelle, écrites avec les variables $\mathbf{u}(u, v)$ et ω composante non nulle de $rot(\mathbf{u})$ (vorticité) sont décrites par l'équation d'Helmholtz :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = \frac{1}{Re} \Delta \omega \quad \text{in } \Omega, \quad (1)$$

et l'équation de continuité $div(\mathbf{u}) = 0$. Par ailleurs, cette équation est résolue en deux pas fractionnaires, l'un traitant la convection et l'autre la diffusion ([2]) :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \omega = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{1}{Re} \Delta \omega. \quad (3)$$

Pour la partie convective (2), le transport de la vorticité est représenté par le déplacement lagrangien d'un ensemble de particules élémentaires tourbillonnaires ([3, 10, 18, 19, 5]). En définissant la fonction de courant Ψ par :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{and} \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (4)$$

et la vorticité ω comme le rotationnel de la vitesse :

$$\omega = \nabla \times \mathbf{u} = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}. \quad (5)$$

on revient à résoudre l'équation de Poisson suivante :

$$-\Delta \psi = \omega. \quad (6)$$

Cette équation est ensuite résolue par une méthode *vortex blob* ([3, 10, 18]) ou une technique semi-lagrangienne du type *Vortex-In-Cell* (PIC [7, 5, 6]).

L'équation de diffusion (3) est résolue en utilisant des déplacements aléatoires ([3, 11]) ou une approche déterministe du type PSE (*Particle Strength Exchange* [5]). Dans ce travail, afin de préserver les propriétés lagrangiennes des méthodes, la première approche est utilisée pour résoudre le pas diffusif.

Le déplacement total pour chaque pas de temps est la somme des déplacements dus à la convection et à la diffusion. Ainsi, la trajectoire est obtenue par :

$$x_*^{n+1}(it) = x^n(it) + dl_{conv}^n(it) + dl_{diff}^n(it). \quad (7)$$

Le dernier terme de cette expression représente le mouvement brownien ([3, 11]).

La condition d'adhérence est satisfaite en créant la vorticit   au niveau des parois ([5, 18]).

2.1 Technique des noyaux tourbillonnaires

Dans cette approche   galement appel  e *vortex blob method*, la vorticit   est discr  tis  e en   l  ments tourbillonnaires « d  singularis  s » [3] :

$$\omega(x, y) = \sum_{i=1}^N \Gamma_i f_\delta(x, y). \quad (8)$$

avec

$$\frac{1}{\delta^2} \int \int f_\delta(x, y) dx dy = 1. \quad (9)$$

o   f est une fonction de noyau, ici le noyau de Rankine [18], utilis  e pour   liminer la singularit   des tourbillons ponctuels, δ une dimension caract  ristique du noyau et Γ_i la circulation de ces   l  ments. Le mouvement des noyaux tourbillonnaires est repr  sent   par :

$$\mathbf{u}_\omega = \frac{d\mathbf{x}_i}{dt} = \sum_{i=1}^n \Gamma_i \mathbf{K}_\delta(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j) \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (10)$$

o   \mathbf{K}_δ est la solution liss  e de l'int  grale du noyau de l'  quation de Poisson, et \mathbf{x} repr  sente la trajectoire de la « particule ».

Dans les couches limites, le principe de r  solution reste inchang   mais    la place des noyaux, la vorticit   est discr  tis  e par des segments tourbillonnaires (voir [4, 23, 10, 18]).

Le principe du sch  ma 10 est le suivant : \mathbf{u} est discr  tis  e par une approche Lagrangienne et l'  quation de diffusion est r  solue en utilisant la m  thode de marche al  atoire (*Random Walk Method* [3, 11]), ce qui permet de pr  server la propri  t   lagrangienne de l'algorithme.

La vitesse \mathbf{u} des   l  ments est la somme de \mathbf{u}_ω et de \mathbf{u}_p qui repr  sentent respectivement, les composantes rotationnelle et potentielle de la vitesse. La composante rotationnelle est obtenue analytiquement    partir du champ de ω , et la composante potentielle par une m  thode d'  l  ments finis. Les conditions aux limites impos  es    \mathbf{u}_p permettent de satisfaire globalement la condition de glissement aux fronti  res [18].

La condition d'adh  rence est satisfaite en cr  ant des segments tourbillonnaires (*vortex sheets*) au niveau des parois [4, 23, 18, 10, 19]. Les segments tourbillonnaires   voluent dans une couche limite « num  rique » d'  paisseur $\Delta_s = 1.5\sqrt{\Delta t/Re}$ et se transforment en noyaux tourbillonnaires en traversant la fronti  re de cette couche limite. Ceci se fait avec la conservation de la circulation.

2.2 Variables discr  tes et convergence de techniques lagrangiennes

La g  om  trie de l'  coulement, d  finie    la figure 4.1, est celle d'un jet s  par   par deux barreaux d'un   coulement ext  rieur, lui-m  me confin   entre deux plaques parall  les (avec la condition de glissement sur ces plaques). Les variables de discréétisation sont Γ , h et Δt . Le nombre de Reynolds Re est choisi   gal    7000. La discréétisation du domaine spatial est li  e essentiellement    $h = 2\delta$ qui est aussi le pas de discréétisation des fronti  res solides, sur lesquelles est impos  e la condition d'adh  rence. Les variables principales discr  tes calcul  es directement sont

le nombre N des noyaux tourbillonnaires et la position de ces noyaux. En un point, la valeur discrète du rotationnel, calculée par $\omega(\mathbf{x}) = \sum_1^N \Gamma_i f_\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)$ compte tenu de la structure de f_δ , est approximativement décrite par $\tilde{\omega}(\mathbf{x}) \cong \sum_1^{n(\mathbf{x})} \Gamma_i f_\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)$, où $n(\mathbf{x})$ est le nombre de noyaux tourbillonnaires situés dans un cercle de rayon δ centré en \mathbf{x} , $|\omega(\mathbf{x})| \cong n(\mathbf{x}) [\Gamma/\pi\delta^2]$ avec $|\Gamma_i| = \Gamma = C^{te}$ et $|f_\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)| \cong 1/\pi\delta^2$, en admettant que dans un voisinage donné tous les noyaux tourbillonnaires ont dans le demi-espace de calcul le même sens de circulation. Les valeurs discrètes des vitesses rotationnelles \mathbf{u}_ω et potentielles \mathbf{u}_p ainsi que des autres variables (fonction de courant, pression,...), sont calculées à partir de la donnée de $\tilde{\omega}(\mathbf{x})$.

L'étude numérique de la convergence a été effectuée en faisant varier les différents paramètres autour des valeurs $\Gamma = 0.00417$, $\Delta t = 0.05$ et $h = 0.05$, valeurs choisies en fonction des résultats acquis précédemment [21, 20, 24, 10, 25, 23]. Les conditions aux limites sont mentionnées sur la figure 4.1. Il est à noter que, pour $\Delta t = 0.05$, l'épaisseur de couche limite numérique $\Delta_s = 1.5\sqrt{\Delta t/Re} = 4. \times 10^{-3}$ est très inférieure à l'épaisseur de couche limite laminaire réelle $\delta_l = 4.92/\sqrt{Re}$ pour $x = 1$, soit $\delta_l = 5.8 \cdot 10^{-2}$. Une fois les noyaux tourbillonnaires créés à partir des segments tourbillonnaires (*vortex sheets*) ce sont eux qui déterminent l'écoulement. A noter que pour avoir une topologie riche de la zone de recirculation, la condition d'adhérence est imposée sur les seules parois du barreau (figure 4.1). Avant d'étudier la convergence, il est important de vérifier que les bilans globaux concernant le rotationnel sont vérifiés. Du fait de la stationnarité des conditions aux limites et de la symétrie de l'écoulement :

- la circulation totale doit être nulle,
- une fois l'écoulement établi en moyenne, le champ rotationnel est donné. Le nombre de noyaux tourbillonnaires doit être constant, et on doit avoir $N.\Gamma = C^{te}$. En effet au voisinage d'un point :

$$|\omega(\mathbf{x})| \cong n(\mathbf{x}) \frac{\Gamma}{\pi\delta^2} \quad (11)$$

$$N \cong \sum \frac{S.n(\mathbf{x})}{\pi\delta^2} \cong \frac{\int_S |\omega(\mathbf{x})| d\mathbf{x}}{\Gamma} \quad \text{soit} \quad N.\Gamma = C^{te} \quad (12)$$

où S est la surface totale du domaine. Ces deux conditions sont vérifiées comme on peut le constater sur la figure 4.2. On voit aussi que le nombre de tourbillons est en accord avec des résultats déjà publiés (e.g. [21, 25, 10, 24]). Bien sûr cela nécessite qu'il y ait une approximation «suffisante» de ω , donc que Γ/δ^2 ne soit pas trop grand (voir [25, 10]). Ce qui signifie qu'on doit avoir assez de « particules ».

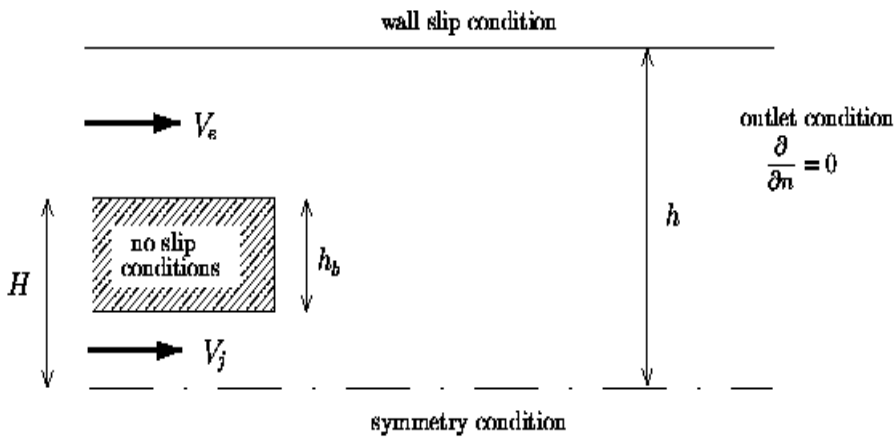


FIG. 4.1 – Configuration d'écoulement derrière un mélangeur.

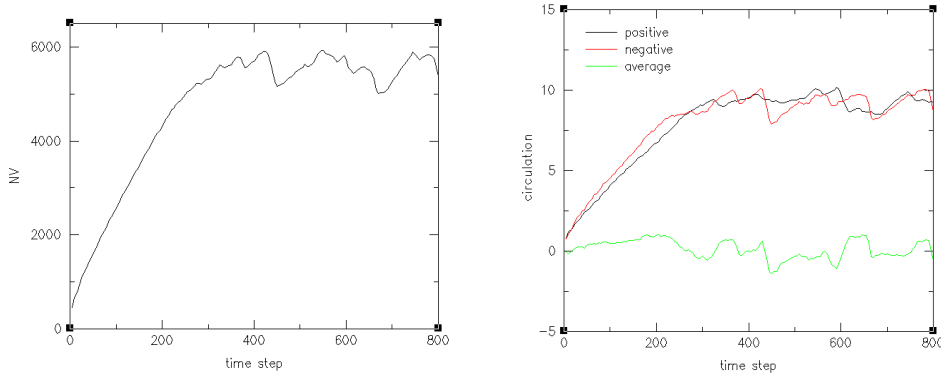


FIG. 4.2 – Evolution du nombre de particules (gauche) et conservation de la circulation (droite).

Convergence avec Γ , Δt et h

Circulation élémentaire Γ - Les figures 4.3 et 4.4(HG) montrent l'évolution des lignes de courant moyennes et la composante u des profils de vitesses moyens à $x = 2.0$, pour différents choix de Γ , avec $\Delta t = 0.05$ et $h = 0.05$. Comme on le constate, pour des intensités égales à 0.017, 0.008 et 0.006 (voir figure 4.3), le centre de la zone de recirculation n'est pas bien défini et les «contours» autour du gros tourbillon en aval de l'obstacle ne sont guère ressemblants. En diminuant la valeur de la circulation à 0.0042 et 0.0033, la convergence vers la formation des grosses structures tourbillonnaires, semble être acquise. Les lignes de courant ont la même position et les «contours», autour du grand tourbillon et du tourbillon secondaire (créé par l'effet du jet inférieur), sont plus lisses. La figure 4.4(HG) confirme cette convergence des résultats numériques lorsque l'intensité tourbillonnaire diminue : les profils de vitesses se rapprochent lorsque Γ diminue. Alors, pour $\Delta t = 0.05$ et $h = 0.05$ la convergence des résultats lorsque Γ diminue est acquise, le résultat optimal étant obtenu pour $\Gamma = 0.0033$, révélant une nette augmentation du nombre des tourbillons (voir équations 11 et 12). Classiquement lorsque les équations discrètes sont obtenues en appliquant aux variables discrètes les opérateurs continus, ce qui est le cas ici, l'erreur de consistance est liée à l'erreur d'interpolation. D'autre part, comme on l'a vu :

$$\tilde{\omega}(\mathbf{x}) \propto \frac{n(\mathbf{x}) \cdot \Gamma}{\delta^2}. \quad (13)$$

De façon similaire aux parois :

$$\tilde{\mathbf{u}}(s) \cong \mathbf{u}_\infty(s) + \sum_1^{n_p(s)} \frac{\Gamma}{h} \delta(y - y_j) \quad (14)$$

avec $n_p(s)$ le nombre de *vortex sheets* situés dans la couche limite numérique dont les abscisses des centres sont comprises entre $s + h/2$ et $s - h/2$. $n(\mathbf{x})$ et $n_p(s)$ étant des valeurs entières, ceci entraîne sur $\tilde{\omega}(\mathbf{x})$ et $\tilde{\mathbf{u}}(s)$ une erreur croissante avec Γ , ce qui est cohérent avec les résultats observés.

Les petites valeurs de l'intensité tourbillonnaire signifient aussi un grand nombre de tourbillons. Cela donne non seulement une discrétisation raffinée de la vorticité avec une augmentation sensible de la précision, mais aussi une meilleure approximation de la diffusion par la méthode de marche aléatoire.

Néanmoins, pour une très petite valeur de Γ ($\Gamma = 0.0027$), le processus de calcul s'est détérioré au début de la phase d'établissement. Juste avant l'interruption des calculs, le nombre des tourbillons oscillait fortement. Ce phénomène s'explique de la manière suivante : le schéma global

d'intégration en temps est de type explicite et ce comportement est apparemment dû aux instabilités numériques liées à la discrétisation en temps des conditions aux limites sur les parois ($u = 0$) imposées sous la forme $du/dt = 0$. En diminuant la valeur du pas de temps jusqu'à 0.025, les fluctuations diminuent et les résultats sont plus satisfaisants (figures 4.3 et 4.4(HG)). On peut en déduire que pour éviter la naissance des instabilités numériques dues à la diminution de Γ , un choix adapté de Δt est indispensable. De manière heuristique, on constate une condition de type $\Gamma/\Delta t (s) \cong Cte$.

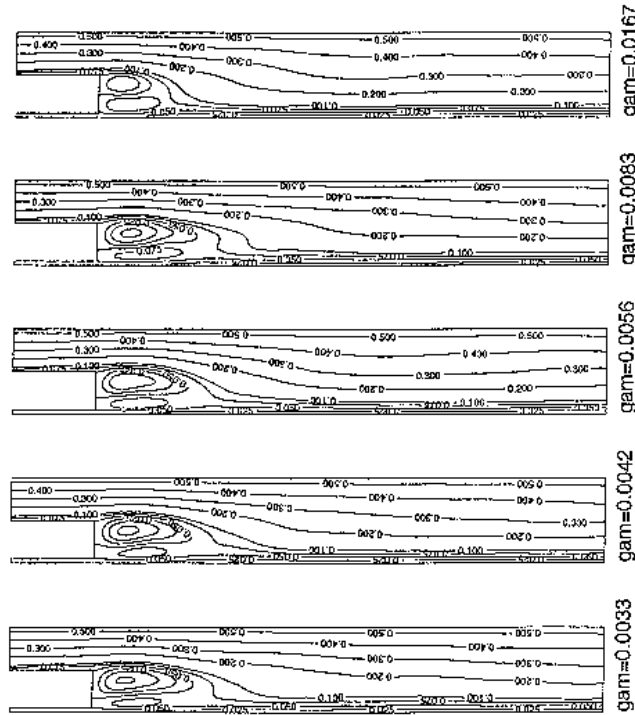


FIG. 4.3 – Evolution des lignes de courant moyennes en fonction de Γ .

Pas de temps Δt - Les résultats présentés en figure 4.4(HD) sont obtenus pour des valeurs constantes de $\Gamma = 0.0042$, $h = 0.05$ et des pas de temps variables. On peut aussi observer la convergence des profils de vitesses moyens lorsque Δt varie de 0.25 à 0.035. Par contre, lorsqu'on passe de $\Delta t = 0.035$ à $\Delta t = 0.025$ la solution diverge. On peut supposer que cela est dû au fait que l'augmentation de l'erreur faite sur le transport diffusif est alors plus importante que le gain de précision pour la partie convective [24]. En diminuant Γ ($\Gamma = 0.0031$), ce qui conduit à une augmentation du nombre d'éléments, et donc à une meilleure approximation de la diffusion, on obtient à nouveau une solution « proche », naturellement, de celle obtenue pour $\Gamma = 0.0027$, $\Delta t = 0.025$ et $h = 0.05$ fournie en figure 4.4(HG), ce qui corrobore cette hypothèse.

Longueur du segment h - Le dernier paramètre étudié est le rayon de la fonction de noyau $\delta = h/2$. La figure 4.4 (BG) montre l'influence du choix de la longueur h du segment sur les résultats (avec $\Gamma = 0.0042$ et $\Delta t = 0.05$). On observe une tendance à la convergence quand h croît. Cela peut paraître surprenant à première vue mais est dû en fait à la représentation

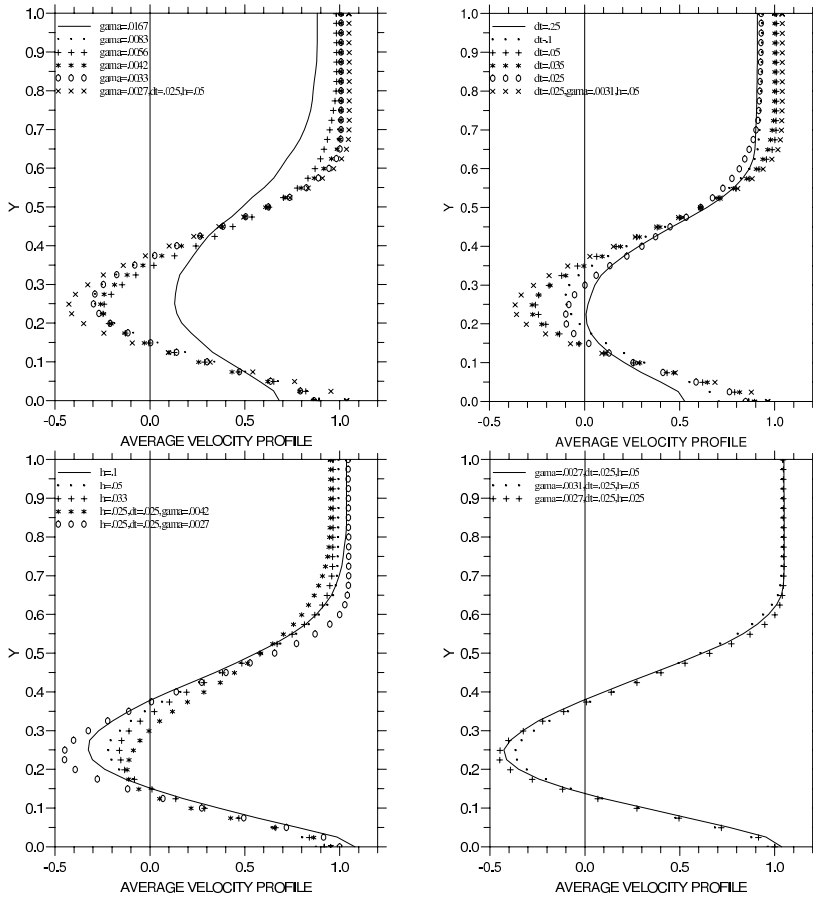


FIG. 4.4 – Profils de vitesse moyens en fonction de la circulation élémentaire (HG), du pas de temps (HD), de h (BG) et la convergence globale (BD).

approchée de ω ou de la vitesse à la paroi. Dans les deux cas, l'erreur d'«*interpolation*» est de deux natures : l'une «*traditionnelle*» liée aux gradients de ω ou de u , l'autre liée à la discrétisation par valeurs entières $\tilde{\omega}(\mathbf{x}) = n(\mathbf{x})\Gamma/h^2$ (domaine intérieur) où $\tilde{u}(\mathbf{x}) = n(s)\Gamma/h$ (paroi) pour laquelle l'augmentation de h a le même effet que la diminution de Γ . Il est donc nécessaire de diminuer à la fois Γ et h pour qu'il y ait une convergence globale. Par ailleurs, pour $h = 0.025$ le processus du calcul est interrompu, des noyaux tourbillonnaires sortant du domaine de calcul par la frontière amont. Cet événement correspond à une condition de stabilité locale de type Courant qui s'écrit $\Delta t \cdot \Gamma \leq \beta \cdot h^2$ où β est une constante (ici $\beta \cong 0.1$). On vérifie qu'en diminuant le pas de temps ($\Gamma = 0.00417$, $\Delta t = 0.025$ et $h = 0.025$) on obtient une solution «stable» mais non convergée en fonction de ce qui a été dit précédemment. Une solution que l'on peut qualifier de convergée est obtenue pour $\Gamma = 0.002$, $h = 0.025$ et $\Delta t = 0.025$ (figure 4.4(BD)). Finalement, il résulte de cette étude qu'un choix des paramètres assurant une convergence numérique expérimentalement satisfaisante ($\Delta t \cdot \Gamma / h^2 \in [0.05, 0.08]$) est $\Gamma = 0.0033$, $h = 0.05$ et $\Delta t = 0.05$.

2.3 Écoulement derrière un mélangeur

La géométrie de l'écoulement (figure 4.1) est la même que celle de l'étude de convergence. Rappelons que c'est celle d'un jet intérieur qui est séparé d'un écoulement extérieur par deux barreaux rectangulaires (mélangeur). On se place dans le cadre d'un écoulement bidimensionnel, incompressible et non stationnaire avec $Re = 7000$ basé sur l'épaisseur du barreau. L'effet de l'influence des rapports de vitesse et de l'épaisseur de l'obstacle sur la structure de l'écoulement est étudié.

Les lignes de courant moyennes sont présentées sur la figure 4.3(bas), pour le cas où l'accroche-flamme est épais ($H_j = 0.05$, $H = 0.5$). On constate la création d'une zone de recirculation juste en aval de barreau. Malgré la prépondérance de l'écoulement principal, une partie de l'écoulement due au jet intérieur arrive à s'échapper sur l'axe de symétrie. Comme on le constate, la zone de recirculation supérieure - qui est négative - est accrochée au barreau. Par ailleurs, la zone de recirculation positive est bloquée entre le jet inférieur et cette dernière. La longueur moyenne de ces régions est égale à $2h_b$ (deux fois l'épaisseur du barreau).

La figure 4.5 correspond à l'évolution des lignes de courant moyenne pour le mélangeur mince ($H_j = 0.05$, $H = 0.3$). Comme on le constate la zone de recirculation est courte et les lignes de courant deviennent rapidement parallèles. Aussi la zone de recirculation n'a pas du tout la même complexité physique que dans le cas du mélangeur épais. Cela est dû à la faible épaisseur du mélangeur qui permet aux écoulements supérieurs et inférieurs de se rejoindre plus facilement en aval de l'obstacle. Néanmoins, on constate l'existence de deux zones de recirculation positive et négative, comme dans le cas précédent. La zone de recirculation positive est bloquée entre le jet inférieur et la zone négative. La longueur moyenne de ces régions est aussi égale à $2h_b$.

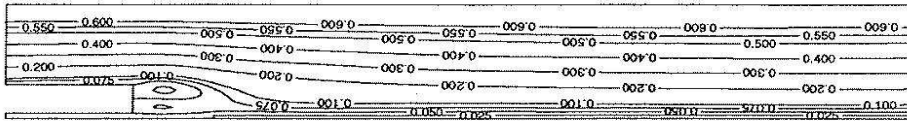


FIG. 4.5 – Lignes de courant moyennes pour le mélangeur mince ($H_j = 0.05$, $H = 0.3$).

Pour étudier l'effet du rapport de vitesses on choisit $V_j/V_e = 0.5$ (V_e est la vitesse de l'entrée extérieure et V_j représente la vitesse du jet intérieur). Les lignes de courant moyennes (figure 4.5) montrent deux zones de recirculation principales. D'abord une petite zone attachée au barreau qui agit principalement par interaction du jet derrière l'obstacle. Puis, un gros tourbillon qui représente la création d'une grosse zone de recirculation négative. En fait, les études des champs instantanés ont montré qu'une majeure partie des grosses structures tourbillonnaires est formée de tourbillons négatifs et les particules de vorticité positive orbitent autour de ces tourbillons négatifs (jusqu'à leur sortie du domaine) [18, 19].

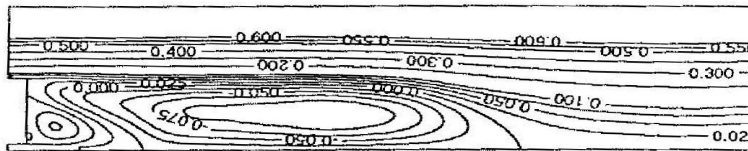


FIG. 4.6 – Lignes de courant moyennes pour le mélangeur mince ($V_j/V_e = 0.5$, $H = 0.5$).

L'influence des rapports de vitesses (contrôle actif) et de l'épaisseur (contrôle passif) d'un mélangeur sur l'évolution et l'interaction des structures tourbillonnaires a été exhaustivement étudié dans [18, 19]. Ces études portaient aussi sur l'analyse spectrale de l'écoulement et une analyse physique de l'évolution des phénomènes dominants.

2.4 Méthodes *Cloud-In-Cell*

Pour diminuer les temps de calcul importants, certains ont pensé associer un maillage à la modélisation lagrangienne des méthodes vortex habituelles [7, 17, 22, 5]. Cette méthode qui s'appelle la méthode "*Cloud-In-Cell*" est une dérivée des méthodes "*Vortex-In-Cell*" (*VIC*). L'idée est de conserver le traitement lagrangien du champ de vorticité, mais de calculer la vitesse sur un maillage eulérien. Le champ lagrangien de vorticité est discrétisé sur le maillage eulérien, ce qui permet la résolution de l'équation de Poisson (6) sur ce maillage. A chaque pas de temps, le tourbillon ω qui se trouve à l'intérieur d'une maille quelconque est éclaté sur les quatre coins de la maille. La vorticité totale en un point est la somme des contributions sur ce point de tous les éléments à l'intérieur des quatre (ou deux si on est au voisinage des parois) mailles adjacentes. Après la distribution de la vorticité sur les points de maille, la forme aux différences de l'équation de poisson pour la fonction de courant Ψ est résolue. On peut donc transformer l'équation (6) en :

$$\left(\frac{\delta^2}{\delta x^2} + \frac{\delta^2}{\delta y^2}\right)\Psi_{i,j} = -\omega_{i,j} \quad (15)$$

où $\delta^2/\delta x^2$ et $\delta^2/\delta y^2$ sont des opérateurs aux différences centrés pour trois points. Cette équation est résolue par une méthode de différences finies avec un solveur de Poisson rapide. Dans notre étude il s'agit de la méthode SOR (*Successive Over Relaxation*).

Les vitesses sont obtenues à partir des valeurs de la fonction de courant en utilisant l'équation (4), également par une méthode de différences finies d'ordre deux. Les vitesses des tourbillons sont alors calculées par interpolation de celles sur la grille, ce qui permet le transport lagrangien des éléments, comme pour la méthode d'origine.

2.5 Validation des méthodes *Cloud-In-Cell*

Avant d'évoquer le contrôle de l'écoulement, une partie importante de ce travail a été consacrée à la validation rigoureuse de la simulation. D'une part, la convergence de grille a été vérifiée. D'autre part, les longueurs de recirculation moyennes, les profils transversaux des vitesses horizontales moyennes, l'analyse fréquentielle du signal en plusieurs points de l'écoulement ont été comparés à plusieurs références bibliographiques, assurant ainsi la pertinence de la simulation [8].

La figure 4.7 correspond à la géométrie d'un canal avec une marche descendante. L'écoulement étudié est incompressible, instationnaire et 2D. Les conditions aux limites correspondantes sont :

$$\mathbf{u} = (0, 0)^T \quad \text{on} \quad \Gamma_{wall}, \quad (16)$$

$$\mathbf{u} = (1, 0)^T \quad \text{on} \quad \Gamma_{in}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad \text{on} \quad \Gamma_{out}. \quad (18)$$

pour les variables primitives. Cela signifie qu'on impose $\partial\Psi/\partial y = f(y)$ à l'entrée, pour les parois inférieures et supérieures on a $\Psi(O) = 0$ et $\Psi(B) = 1$ et à la sortie $\partial^2\Psi/\partial x^2 = 0$. Cet écoulement est validé pour deux nombres de Reynolds transitionnels basés sur la hauteur du canal ($H_{step} = 0.5$, $H_{up} = 0.5$) : $Re = 500$ et $Re = 2000$, le premier correspondant à un écoulement faiblement transitionnel et le deuxième à un écoulement fortement transitionnel. Ces régimes nous permettent de comparer les résultats des calculs aux valeurs obtenues en littérature (e.g. [1, 15, 16, 9, 10, 24]).

La méthode est validée pour trois paramètres (tableau 4.1) : nx et ny représentant les points de maillage cartésien en direction des x et des y , C_{max} représentant la circulation élémentaire des particules et δt représentant le pas de temps. Un choix approprié de ces paramètres est important afin d'obtenir des résultats précis et des calculs peu coûteux [22, 20, 21]. Finalement, la

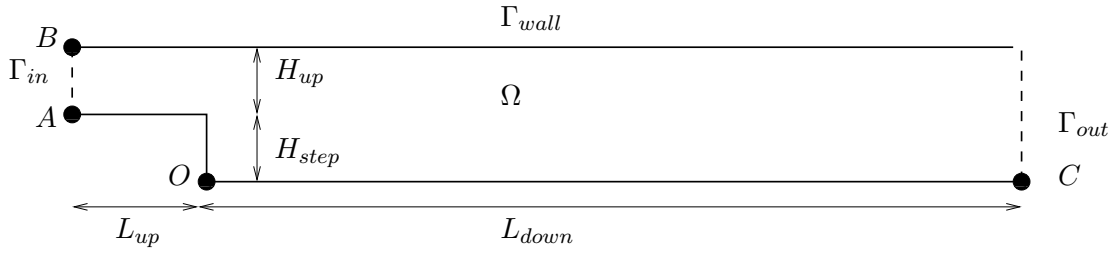


FIG. 4.7 – Domaine de calcul pour une marche descendante.

	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3
nx	$150+15 L_{up}$	$300+30 L_{up}$	$600+60 L_{up}$
ny	15	30	60
C_{max}	2E-04	1E-04	5E-05
δt	2E-01	1E-01	5E-02

TAB. 4.1 – Trois séries de paramètres de discrétisation.

convergence numérique est étudiée pour trois niveaux de paramètres du plus grossier au plus fin (tableau 4.1).

La première partie de cette validation concerne $Re = 500$. Le tableau 4.2 représente les longueurs moyennes de recollement \overline{L}_r avec $L_{up} = 5$ pour ces trois maillages mentionnés. On constate que les valeurs de \overline{L}_r pour les maillages de niveau 2 et 3 sont très similaires aux résultats obtenus dans la littérature ([1, 16, 9, 15]), tandis que la valeur de \overline{L}_r pour la grille grossière (niveau 1) est très différente.

Ensuite, on compare la valeur de \overline{L}_r obtenue par Sethian et Ghoniem [24] (avec $L_{up} = 1$) à nos résultats. Le tableau 4.3 montre qu'à partir du niveau 2 nos résultats concordent entièrement avec les valeurs de Sethian et Ghoniem (moins de 0.8 % d'erreur relative). Les figures 4.8 et 4.9 montrant les surfaces moyennes de la zone de la recirculation ainsi que les profils de vitesses moyennes pour plusieurs sections du canal situées à $x = 1, x = 2, x = 3, x = 4, x = 5$ et $x = 6$, confirment encore la convergence numérique à partir des maillages du niveau 2 pour $Re = 500$.

Le deuxième volet de cette validation concerne un écoulement instationnaire hautement transitionnel et instable ($Re = 2000$). Afin d'éviter le développement de telles instabilités au niveau de la marche et de faciliter la mise en oeuvre des stratégies de contrôle, on définit $L_{up} = 1$. Le tableau 4.4 montre que les valeurs de \overline{L}_r sont très proches pour les séries de paramètres 2 et 3. Une autre validation consiste à comparer les nombres de Strouhal mesurés par des capteurs placés au voisinage de la paroi en $x = 6, 7$ et 8 , à ceux obtenus par Wee et al [26]. En effectuant le choix des séries de paramètres 2 et 3, on obtient $St = 0.067$, ce qui corrobore exactement les résultats de Wee et al. Il correspond aussi aux fréquences dominantes d'écoulements plans

Valeurs Min. / Max. de \overline{L}_r obtenues à [1, 15, 16, 9]	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3
4.16 / 5.97	3.63	4.71	4.62

TAB. 4.2 – Longueurs de recirculation moyennées \overline{L}_r pour $Re = 500, L_{up} = 5$.

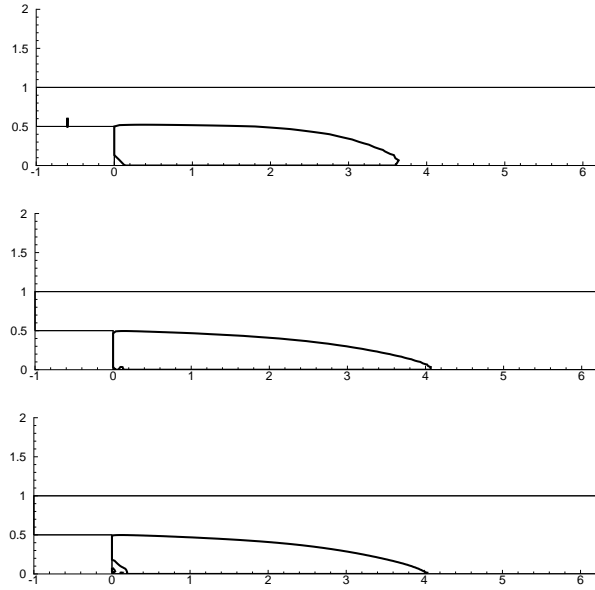


FIG. 4.8 – Zones de recirculation moyenne pour $Re = 500$: Isovaleur $\Psi = 0$. Haut : Niveau 1, Milieu : Niveau 2, Bas : Niveau 3.

	Ref. [24]	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3
\overline{L}_r	3.93	3.50	3.95	3.96

TAB. 4.3 – Longueurs de recollement \overline{L}_r pour $Re = 500$, $L_{up} = 1$.

confinés dans cette gamme de Reynolds.

2.6 Contrôle actif derrière une marche descendante par des flux pulsés

Deux types de contrôle ont alors été proposés (FIG. 4.10) : Le premier procédé (Contrôle 1) consiste, comme dans le chapitre précédent, à imposer une vitesse pulsée en entrée d'écoulement $\mathbf{u}(t) = (u_{in}(t), 0)^T$, à la place de la vitesse uniforme $\mathbf{u}(t) = (1, 0)^T$ correspondant à l'écoulement non contrôlé. Le second procédé (Contrôle 2) consiste à mettre en oeuvre deux petits jets localisés respectivement en haut et en bas de la marche. L'objectif de ce dernier procédé est d'influencer directement le détachement tourbillonnaire et la zone de recirculation principale : le jet supérieur modifie la dynamique du détachement et le jet inférieur perturbe et déplace la zone de recirculation. Pour chacun des deux procédés, on compare les résultats obtenus en contrôle boucle ouverte et en contrôle boucle fermée. Dans ce dernier cas, l'action exercée dépend de l'analyse d'un signal mesuré au niveau d'un capteur localisé sur la paroi en aval de l'écoulement [27]. L'effet du contrôle est quantifié par son influence sur cinq fonctionnelles, qui sont

	Niveau 2	Niveau 3
\overline{L}_r	4.58	4.39

TAB. 4.4 – Longueurs de recollement moyennes \overline{L}_r pour $Re = 2000$, $L_{up} = 1$.

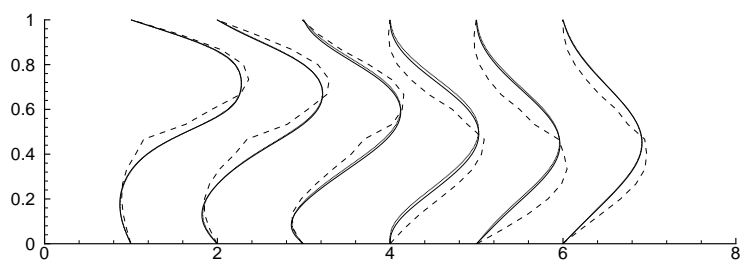


FIG. 4.9 – Profils de vitesses moyennes pour $Re = 500$. Dashed : Niveau 1, Dotted : Niveau 2, Plain : Niveau 3.

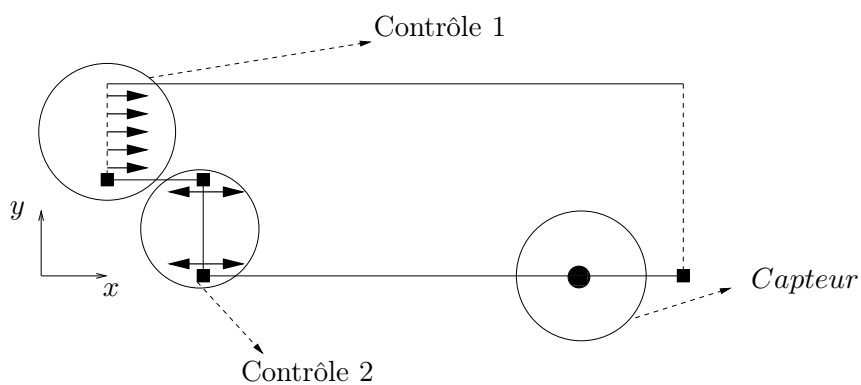


FIG. 4.10 – Les deux types de contrôle.

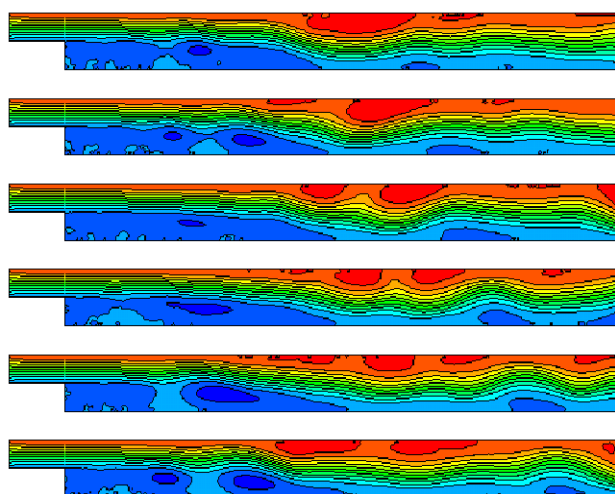


FIG. 4.11 – Lignes de courant sur une période fondamentale, régime non contrôlé.

respectivement la longueur de recirculation, l'enstrophie de l'écoulement, l'énergie cinétique de l'écoulement, l'intensité de la recirculation à proximité de la paroi inférieure et le coefficient de fluctuation [8]. Parmi tous les résultats obtenus, on notera ces trois éléments essentiels pour le premier type de contrôle :

- Concernant le contrôle en boucle ouverte, on met en évidence un nombre de Strouhal optimal ($St \approx 0.07$) pour lequel la zone de recirculation, l'enstrophie, l'énergie cinétique et le coefficient de fluctuation atteignent leur valeur minimale, alors que l'intensité de la recirculation à proximité de la paroi inférieure atteint sa valeur maximale. Ce Strouhal correspond en fait à la fréquence fondamentale de l'écoulement non contrôlé, ce qui constitue un résultat remarquable. En régime contrôlé, la zone de recirculation moyenne est détruite, et l'énergie et l'enstrophie de l'écoulement se trouvent concentrées dans de petites structures cohérentes situées à proximité immédiate de la paroi ;
- En exploitant le signal de la dérivée normale seconde de la vitesse horizontale (ou, de façon équivalente, celui du gradient tangent de pression) au niveau du capteur afin de spécifier, par déphasage/amplification la valeur de $u_{in}(t)$ par une procédure de contrôle en boucle fermée, on remarque que les résultats obtenus sont presque aussi bons que les meilleurs résultats obtenus par la boucle ouverte. Cela démontre la capacité de ce type de contrôle à déterminer "lui-même" la meilleure fréquence à utiliser. Les figures 4.11 et 4.12 montrent respectivement les lignes de courant de l'écoulement en régime non contrôlé et en régime contrôlé, sur une période fondamentale ;
- Enfin, les résultats sont encore meilleurs si l'on utilise un capteur intrusif, c'est à dire localisé en plein coeur de l'écoulement et non plus sur la paroi. Cela s'explique par le fait que le signal enregistré au mur est davantage bruité que celui capté plus loin, et qui provoque en conséquence un signal $u_{in}(t)$ moins régulier en entrée de domaine.

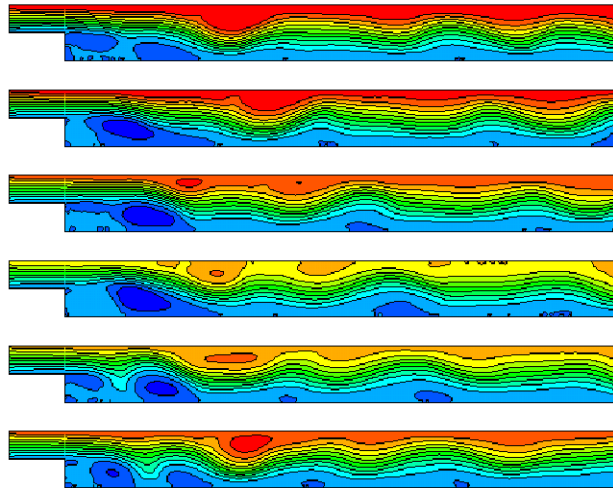


FIG. 4.12 – Lignes de courant sur une période fondamentale, régime contrôlé (type 1).

Pour le second type de contrôle, plusieurs conclusions ont également été obtenues, et parmi elles les constatations suivantes :

- En ce qui concerne le contrôle avec des jets stationnaires, pour perturber efficacement l'écoulement et réduire la taille de la zone de recirculation, il faut aspirer en haut et souffler en bas de manière à générer un moment capable de briser la zone et de la pousser en dehors de la zone de diffusion. De plus, les meilleurs résultats sont atteints lorsque l'on induit une dissymétrie

- en générant une plus forte aspiration en haut que le soufflage exercé en bas ;
- Pour le contrôle utilisant des jets pulsés en boucle ouverte, la fréquence d’excitation a peu d’influence sur les résultats obtenus en comparaison avec les résultats donnés par le premier type de contrôle ;
- Enfin, le procédé de contrôle en boucle fermée parvient à recouvrir les meilleurs résultats obtenus en boucle ouverte.

La figure 4.13 montre l’effet de ce type de contrôle sur la zone de recirculation moyenne de l’écoulement : On constate bien une réduction drastique de cette dernière.

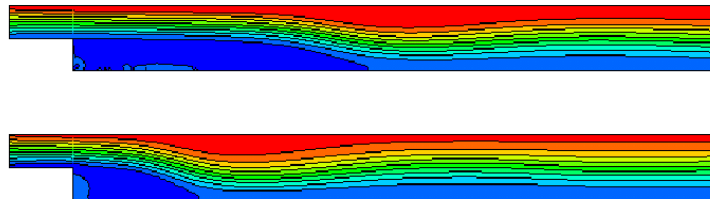


FIG. 4.13 – Lignes de courant moyennes correspondant respectivement au régime non contrôlé (haut), et au contrôle de type 2 en boucle fermée (bas).

3 Conclusion

Ce chapitre était consacré aux méthodes vortex et à leurs applications au contrôle d’écoulements confinés et complexes. Deux approches lagrangiennes de RVM (*Random Vortex Method*) et semi-lagrangiennes de CIC (*Cloud-In-Cell*) ont été décrites. La convergence numérique de ces techniques a été étudiée, en fonction de trois principaux paramètres de discrétisation. La nécessité de satisfaire des critères de stabilité spécifiques a bien été mise en évidence. La capacité de ces techniques à simuler les écoulements à grands nombres de Reynolds de façon économique a été démontrée.

Une fois la validation effectuée, ces méthodes ont été utilisées pour la simulation et le contrôle d’écoulements dans un mélangeur ou derrière une marche descendante. On a constaté qu’en utilisant des stratégies de contrôle efficace, la formation et le transport des structures rotationnelles sont considérablement modifiés. On a aussi réussi à contrôler et à réduire la zone de la recirculation d’une marche descendante en modifiant les mécanismes de déclenchement tourbillonnaire par des stratégies de contrôle actif boucle ouverte ou fermée.

Bibliographie

- [1] B.F. Armaly, F. Durst, J.C.F. Pereira & B. Schonung, Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow, *J. Fluid Mech.*, **127**, pp. 473–496 (1983).
- [2] T. Beale & A. Majda, Rates of convergence for viscous splitting of the Navier-Stokes equations, *Math. Comp.*, **37**, pp. 243–259 (1981).
- [3] A.J. Chorin, Numerical study of slightly viscous flow, *J. Fluid Mech.*, **57**, pp. 785–796 (1973).
- [4] A.J. Chorin, Vortex sheet approximation of boundary layers, *J. Comput. Phys.*, **27**, pp. 428–442 (1978).
- [5] G.H. Cottet & P. Koumoutsakos, Vortex methods : Theory and Practise, *Cambridge University Press* (2000).
- [6] G.H. Cottet & P. Poncet, Advances in direct numerical simulations of 3D wall-bounded flows by Vortex-in-Cell methods, *J. Comp. Phys.*, **193**, pp. 136–158 (2004)
- [7] J.P. Christiansen, Numerical Simulation of Hydrodynamics by the Method of Point Vortices, *J. Comp. Phys.*, **13**, pp. 363–379 (1971).
- [8] E. Creusé, A. Giovannini & I. Mortazavi, Vortex simulation of active control strategies for transitional backward-facing step flows, *Comput. & Fluids*, under review.
- [9] M. Cruchaga, A study of the backward-facing step problem using a generalized streamline formulation, *Commun. Numer. Meth. Engng.* **14**, pp. 697–708 (1998).
- [10] A.F. Ghoniem & Y. Gagnon, Vortex Simulation of Laminar Recirculating Flows, *J. Comp. Phys.*, **68**, pp. 346–377 (1987).
- [11] A.F. Ghoniem & F.S. Sherman, Grid-free simulation of diffusion using random walk methods, *J. Comp. Phys.*, **61**, pp. 1–37 (1985).
- [12] A. Giovannini, I. Mortazavi & Y. Tinel, Numerical flow visualization in high Reynolds numbers using vortex method computational results, *ASME FED Experimental and numerical flow visualization* **218** pp. 37–43 (1995).
- [13] S. Huberson, A. Jolles & W. Shen, Numerical simulation of incompressible viscous flows by means of particle methods, *Lectures in Appl. Math.*, **28**, pp. 369–384 (1991).
- [14] S.S. Joshi, J.L. Speyer & J. Kim, A systems theory approach to the feedback stabilization of infinitesimal and finite-amplitude disturbances in plane Poiseuille flow, *J. Fluid Mech.*, **332**, pp. 157–184 (1997).
- [15] L. Kaiktsis & P. Monkewitz, Global destabilization of flow over a backward-facing step, *Physics of fluids*, **15**, 12, pp. 3647–3658 (2003).
- [16] H. Le, P. Moin & J. Kim, Direct numerical simulation of turbulent flow over a backward-facing step, *J. Fluid Mech.*, **330**, pp. 349–374 (1997).
- [17] A. Leonard, Vortex methods for flow simulation, *J. Comp. Phys.*, **37**, pp. 289–335 (1980).
- [18] I. Mortazavi, Simulation numérique et caractérisation des écoulements complexes par une méthode hybride vortex-éléments finis, *Ph.D. Thesis* Université Lille 1 (1997).

- [19] I. Mortazavi & A. Giovannini, Diagnostics of the vorticity formation and transport in bluff-body flows using a hybrid vortex-finite element method, *International Journal of Fluid Dynamics*, **5**, pp. 31-48 (2001).
- [20] I. Mortazavi, P. Micheau & A. Giovannini, Numerical convergence of the Random Vortex Method for complex flows, *ESAIM : Proceedings*, **1**, pp. 521-538 (1997).
- [21] I. Mortazavi, P. Micheau & A. Giovannini, Etude de la convergence numérique d'une méthode vortex pour un écoulement à grand nombre de Reynolds dans un mélangeur, *Comptes Rendus Acad. Sci. Paris - Serie IIB*, **330**, pp. 409-416 (2002).
- [22] S. Pellerin, Interactions d'une structure tourbillonnaire avec une couche limite de plaque plane. Analyse et caractérisation des phénomènes aérodynamiques. *PhD Thesis*, 1997, University Toulouse 3, France.
- [23] E.G. Puckett, The Random Vortex Method with Vorticity Creation : Introduction and Guide to Parameter Selection, *Lectures in Appl. Math. AMS*, **28**, pp. 567-584 (1991).
- [24] J.A. Sethian & A.F. Ghoniem, Validation Study of Vortex Methods, *J. Comp. Phys.*, **74**, pp. 283-317 (1988).
- [25] J.A. Sethian, Vortex Methods and Vortex Motion, Edited by : K. Gustafson and J.A. Sethian, *SIAM*, (1991).
- [26] D. Wee, T. Yi, A. Annaswamy, & A.F. Ghoniem, Self-sustained oscillations and vortex shedding in backward-facing step flows : Simulation and linear instability analysis, *Physics of Fluids*, **16**, 9, pp. 1-12 (2004).
- [27] T. Yi, A. Annaswamy, & A. Ghoniem, Self-sustained oscillations in separating flows. II : Reduced-order Modeling and Control, MIT, Cambridge, MA 02139, USA (2004).

Chapitre 5

Simulation Numérique et analyse de sensibilité pour les réseaux d’Alimentation en Eau Potable

L’analyse de sensibilité est un outil indispensable, pour l’étude de la stabilité des processus dépendant d’un paramètre ou pour quantifier l’impact des incertitudes. Dans ce dernier paragraphe, les équations de sensibilité pour les réseaux d’Alimentation en Eau Potable (AEP), sont modélisées. Ce modèle est couplé à un problème direct. On montre qu’une méthode de pas fractionnaires avec un schéma TVD est appropriée pour ce type d’étude. Cette approche est ensuite validée sur plusieurs cas test.

Mots clés : Equations de sensibilité, schéma TVD, méthode de pas fractionnaires, qualité de l’eau, réseau de distribution.

1 Introduction

L’analyse de sensibilité, est un outil efficace, afin d’étudier la stabilité de processus perturbés par le changement des paramètres physiques ou par l’impact des incertitudes. Cette analyse est nécessaire en ce qui concerne les réseaux d’Alimentation en Eau Potable (AEP). Des études précédentes ont déjà porté sur l’analyse de sensibilités hydrauliques [1, 8], le calibrage hydraulique [10] et la conception de l’échantillonnage de la qualité d’eau [2, 11]. De plus, il est pertinent d’aborder une telle analyse pour résoudre les problèmes inverses.

Un des modèles les plus appropriés à cette fin, est dérivé des équations d’advection-réaction pour la modélisation de la qualité de l’eau (modèle direct).

Dans ce travail nous proposons de résoudre simultanément les équations de sensibilités et le problème direct ([6, 7, 5]). Dans ce contexte, une méthode de pas fractionnaires (*splitting*) basée sur la formule de Strang est présentée [16]. Les équations sont du type advection-réaction avec terme source. Le terme d’advection est résolu à l’aide d’un schéma TVD et le terme source, qui est une équation différentielle ordinaire (EDO), par une méthode numérique d’ordre élevé.

Après la présentation du problème physique et la dérivation des équations de sensibilité, la méthode de pas fractionnaires et le schéma TVD seront décrits et validés pour un réseau d’AEP, en comparant aux résultats obtenus par les logiciels Porteau [12] et Epanet 2 [4] couramment utilisés par les spécialistes du domaine.

2 Modèle physique

2.1 Problème direct

Un réseau AEP est constitué de conduites ou tuyaux, d'organes hydrauliques, de réservoirs et de points d'eau. Les conduites peuvent s'intersecter aux réservoirs mais aussi à des noeuds de jonction. La propagation de la concentration du chlore au sein d'une conduite d'eau potable est décrite par une équation de transport-réaction mono-dimensionnelle. La longueur des conduites largement supérieure à leur diamètre et la nature des écoulements, permettent de faire cette hypothèse. D'autre part cette équation est exempte de terme de diffusion, qui est négligé devant le caractère dominant du transport. Une exception est quelque fois faite dans la littérature, lorsque l'on traite des écoulements à très faible vitesse, régime hydraulique laminaire, à l'intérieur de grandes conduites.

L'ensemble de ces hypothèses de modélisation, permet alors de considérer le problème hyperbolique, quasi linéaire, aux dérivées partielles suivant :

$$\begin{cases} \partial_t C(t, x) + u(t)\partial_x C(t, x) + \sigma(t, x) = 0, \\ C(t = 0, x) = C_0(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}^+, \\ C(t, x = 0) = \Phi(t), \quad \forall t \geq 0, \end{cases} \quad (1)$$

où $C(t, x)$ est la valeur de la concentration en désinfectant au temps t et à la position x dans la conduite. La vitesse u non permanente de l'écoulement est donnée par la résolution du modèle hydraulique. On affecte ensuite à chaque conduite une fonction vitesse u spatialement constante le long de la conduite. Les fonctions Φ et C_0 sont respectivement la condition aux limites et la condition initiale, Φ correspondant au profil de chlore à l'extrémité de la conduite et C_0 au résidu de chlore dans la conduite au temps t égal à 0. La fonction σ décrit l'interaction du désinfectant avec les éléments du milieu. Si le constituant traité est un désinfectant, par exemple le *chlore*, le terme de réaction prend la forme :

$$\sigma(t, x) = kC(t, x)^\alpha \quad \text{avec} \quad \alpha \geq 1 \quad (2)$$

où k est le coefficient global de réaction et α l'ordre de réaction.

Le problème (1) permet aussi de décrire la propagation des deux autres indicateurs de la qualité : *l'âge et la provenance de l'eau* en posant respectivement ([6, 7, 5]) :

$$\sigma(t, x) = 0, \quad (3)$$

$$\text{et} \quad \sigma(t, x) = -1. \quad (4)$$

Le calcul de la concentration à un noeud est donné par la loi suivante ([6]) :

$$C(t) = \frac{\sum_k q_{in,k}(t)C_{in,k}(t)}{\sum_k q_{in,k}(t)} \quad (5)$$

où $q_{in,k}$ et $C_{in,k}$ sont respectivement la valeur du constituant et le débit de l'écoulement dans la conduite k .

De la même façon on peut établir l'équation de mélange sur les réservoirs, en utilisant l'équation de conservation de la masse. L'équation (6) suppose un mélange instantané, homogène dans le réservoir.

$$\begin{cases} \frac{dC_T}{dt} = \frac{Q_{in}(C_{in} - C_T)}{V_{T_{t_0}} + \int_{t_0}^t (Q_{in} - Q_{out}) ds} + \sigma_T \quad \text{avec} \quad \sigma_T = kC_T^\alpha \quad (\text{réaction dans le reservoir}) \\ C_T(t = 0) = C_T(0) \end{cases} \quad (6)$$

où C_T et V_T sont les valeurs obtenues pour le mélange et le volume du réservoir, $Q_{in} = \sum_k q_{in,k}$ et $Q_{in}C_{in} = \sum_k q_{in,k}C_{in,k}$.

2.2 Equations de sensibilité

Les équations de sensibilité sont fortement corrélées avec le problème direct (1).

Soit N_a le nombre de paramètres et a_j est le $j^{\text{ième}}$ paramètre ($j \in \mathbb{N}^{*+}$), alors le système à résoudre s'écrit ([6, 7, 5]) :

$$\begin{cases} \partial_t C_{a_j} + u(t)\partial_x C_{a_j} + \partial_{a_j}(kC^\alpha) = 0, \\ C_{a_j}(0, x) = 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}^+, \\ C_{a_j}(t, 0) = 0, \quad \forall t \geq 0, \\ \text{avec } C \text{ vérifiant la solution du problème direct (1),} \end{cases}$$

où $C_{a_j} = \frac{\partial C}{\partial a_j}$ représente la sensibilité de la concentration C par rapport aux paramètres a_j .

De la formulation précédente il s'en suit qu'il y a *pour une conduite* autant d'équations que de paramètres à étudier. Dans la modélisation de la qualité et plus précisément pour le suivi de la concentration en chlore, les paramètres dont on veut connaître l'impact sur la solution sont "l'ordre" et "le coefficient" de réaction (α, k). Chaque conduite possède un coefficient de réaction propre. Si a est le nombre de conduites dans le réseau il y a donc $a(a+1)$ équations de sensibilité et les paramètres à considérer sont cette fois (α, k_1, \dots, k_a) sur les a conduites du réseau. De même, les équations (5) et (6) sont aussi valables pour le problème de sensibilité.

3 Modèle numérique

Nous proposons une méthode de pas fractionnaires associée à un schéma numérique TVD. Avec cette démarche, l'ensemble des spécificités du problème est satisfait ([7], [5]).

3.1 Schéma numérique TVD

Le problème d'advection étant un phénomène primordial dans les réseaux AEP, un nouveau schéma TVD bien adapté pour ce type de problème est proposé. Ce schéma, très proche de celui introduit par Rasetarinera dans [13], prend en compte une vitesse dépendant uniquement du temps et pas de l'espace. Ce schéma est issu des schémas numériques à quatre points de Takas. Afin de construire le schéma TVD actuel, on limite le flux numérique du schéma initial ([7], [5],[6]) de la même manière que celle effectuée pour le schéma de Lax-Wendroff précédemment ([13, 18, 17]).

En définissant δx et δt , respectivement comme les pas d'espace et de temps, on a avec

$$\lambda = \delta t / \delta x, \quad u^{n+1/2} = (u^{n+1} + u^n) / 2,$$

$$\Delta C_{i+1/2}^n = C_{i+1}^n - C_i^n, \quad r_{i+1/2}^n = \Delta C_{i-1/2}^n / \Delta C_{i+1/2}^n \quad \text{où } C_i^n \text{ est calculé au point } (i\delta x, n\delta t).$$

$$\begin{aligned} C_i^{n+1} = C_i^n & - \lambda u^{n+1/2} \Delta C_{i-1/2}^n - \frac{\lambda}{2} (u^{n+1/2} - \lambda u^n u^n) (\phi(r_{i+1/2}^{n+}) \Delta C_{i+1/2}^n - \phi(r_{i-1/2}^{n+}) \Delta C_{i-1/2}^n) \\ & + \lambda u^{n+1/2} \Delta C_{i+1/2}^n - \frac{\lambda}{2} (u^{n+1/2} - \lambda u^n u^n) (\phi(r_{i+1/2}^{n-}) \Delta C_{i+1/2}^n - \phi(r_{i-1/2}^{n-}) \Delta C_{i-1/2}^n) \end{aligned}$$

où $\phi(r) = 1 - 2\alpha(r)(1-r)$

Le limiteur de flux utilisé, est : $\alpha_{i\pm 1/2}^n = \min\left(\frac{|1-r_{i\pm 1/2}^n|}{2}, \frac{1}{2|1-r_{i\pm 1/2}^n|}\right)$ comme dans [18] et [17].

Dans ce cas le schéma (7) est TVD et L^∞ -stable sous la condition CFL : $\lambda \|u\|_\infty \leq 1$. De plus ce schéma est du second ordre si la solution est suffisamment régulière.

Le schéma numérique présenté ci-dessus permet de répondre aux exigences du problème physique de l'advection.

3.2 Méthode des pas fractionnaires

Nous proposons une méthode de *splitting* associée à un schéma numérique TVD. Avec cette démarche, l'ensemble des spécificités du problème est satisfait. Les méthodes à pas fractionnaires permettent de séparer la résolution de chaque problème : advection, réaction, terme source, diffusion. Nous pouvons ainsi résoudre au mieux chaque phénomène physique [9, 15].

Nous rappelons brièvement le problème à résoudre :

$$\begin{cases} \partial_t C + u(t)\partial_x C + f(C) = 0, & \text{avec } f(C) = kC^\alpha \\ C(0, x) = C_0(x). \end{cases} \quad (7)$$

Soit \mathcal{S}^t l'opérateur solution de l'EDP (7), il vient $C(t, x) = (\mathcal{S}^t C_0)(x)$.

Nous séparons alors le problème en deux sous problèmes :

$$\mathbf{P1} = \begin{cases} \partial_t W + u(t)\partial_x W = 0 & \text{pour } (t, x) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \\ W(0, x) = W_0(x) \end{cases} \quad (8)$$

et

$$\mathbf{P2} = \begin{cases} \partial_t V + f(V) = 0 & \text{pour } (t, x) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \\ V(0, x) = V_0(x) \end{cases} \quad (9)$$

avec $f(V) = kV^\alpha$. Soit \mathcal{X}^t l'opérateur solution de l'équation (8) tel que $W(x, t) = (\mathcal{X}^t W_0)(x)$ et l'opérateur solution \mathcal{F}^t de (9), solution de l'EDO :

$$\partial_t \mathcal{F}^t(x) = -f(\mathcal{F}^t(x)) \quad \text{avec } x = V_0(x).$$

L'introduction des trois étapes précisées reposant sur la formule de Strang [16] consiste alors à exprimer l'opérateur solution \mathcal{S} comme une composition des opérateurs \mathcal{F} et \mathcal{X} , il vient :

$$\mathcal{S}^t = \mathcal{F}^{t/2} \mathcal{X}^t \mathcal{F}^{t/2}. \quad (10)$$

Il est bien entendu possible d'inverser la séquence des opérateurs \mathcal{F} et \mathcal{X} : $\mathcal{S}^t = \mathcal{X}^{t/2} \mathcal{F}^t \mathcal{X}^{t/2}$, mais d'après B. Sportisse [15], S. Descombes [3] et des tests numériques, cette décomposition terminant par l'opérateur de réaction \mathcal{F} reste la plus efficace. Elle maintient en particulier l'ordre deux. Ce *splitting* reste stable lorsque le coefficient de réaction k augmente ($k = 300$) et que le problème devient extrêmement raide.

L'erreur locale de la méthode de pas fractionnaires est donnée par :

$$\|\mathcal{S}(t)C_0 - C(t, \cdot)\|_{L^2} = \mathcal{O}(\delta t^3).$$

L'ordre deux est ainsi maintenu, dans la mesure où la résolution des systèmes (8) et (9) se fait avec une méthode numérique d'ordre supérieur à deux. Sous cette condition, nous pouvons alors résoudre chaque problème avec la méthode la mieux adaptée. Ce qui correspond à une méthode de Strang d'ordre 2.

Cette méthode de pas fractionnaires est applicable à l'équation de sensibilité ([7]) :

$$C(t + \delta t, x) = \mathcal{F}^{\delta t/2} \mathcal{X}^{\delta t} \mathcal{F}^{\delta t/2} [C(t, x) + \frac{\delta t}{2} f(t + \delta t)] + \frac{\delta t}{2} f(t).$$

Durant les trois étapes, les problèmes de réaction associés aux termes source et de transport sont résolus à des instants différents. La formulation générale donne lieu aux systèmes (S_1, S_2 et S_3) ci-dessous. Les trois indicateurs de la qualité : la concentration en désinfectant C , l'âge de l'eau A et la provenance de l'eau S apparaissent ensemble pour une résolution simultanée avec les équations de sensibilité associées. La résolution globale en trois étapes sur une conduite quelconque i sur un intervalle de longueur $[0, \delta t]$ avec une vitesse d'écoulement u est alors donnée par :

- Premier pas : il consiste à résoudre le problème de la réaction avec un terme source sur un pas de temps $\frac{\delta t}{2}$.

$$S_1 : \begin{cases} \partial_t C^* + \mathbf{K}_i C^{*\alpha} = 0, & C^*(0) = C_0 \\ \partial_t C_{\mathbf{K}_j}^* + \mathbf{K}_i \alpha C^{*\alpha-1} C_{\mathbf{K}_j}^* + C^{*\alpha} \delta_{ij} = 0 \quad j \leq n_k, & C_{\mathbf{K}_j}^*(0) = C_{\mathbf{K}_j}(0) + \frac{\delta t}{2} f_1(0, x) \\ \partial_t C_\alpha^* + \mathbf{K}_i \alpha C^{*\alpha-1} C_\alpha^* + \mathbf{K}_i C^{*\alpha} \ln C^* = 0, & C_\alpha^*(0) = C_\alpha(0) + \frac{\delta t}{2} f_2(0, x) \\ \partial_t A^* - 1 = 0, & A^*(0) = A_0 \end{cases}$$

- Deuxième pas : le résultat de chaque équation est injecté dans le système suivant, dans lequel nous modélisons la phase de transport sur un pas δt

$$S_2 : \begin{cases} \partial_t C^\bullet + u(t) \partial_x C^\bullet = 0, & C^\bullet(0) = C^*(\frac{\delta t}{2}) \\ \partial_t C_{\mathbf{K}_j}^\bullet + u(t) \partial_x C_{\mathbf{K}_j}^\bullet = 0, & C_{\mathbf{K}_j}^\bullet(0) = C_{\mathbf{K}_j}^*(\frac{\delta t}{2}) \\ \partial_t C_\alpha^\bullet + u(t) \partial_x C_\alpha^\bullet = 0, & C_\alpha^\bullet(0) = C_\alpha^*(\frac{\delta t}{2}) \\ \partial_t A^\bullet + u(t) \partial_x A^\bullet = 0, & A^\bullet(0) = A^*(\frac{\delta t}{2}) \\ \partial_t S + u(t) \partial_x S = 0, & S(0) = S_0 \end{cases}$$

- Troisième pas : lors de la dernière étape nous résolvons à nouveau la partie réaction sur un pas de temps $\frac{\delta t}{2}$:

$$S_3 : \begin{cases} \partial_t C^\diamond + \mathbf{K}_i C^{\diamond\alpha} = 0, & C^\diamond(0) = C^\bullet(\delta t) \\ \partial_t C_{\mathbf{K}_j}^\diamond + \mathbf{K}_i \alpha C^{\diamond\alpha-1} C_{\mathbf{K}_j}^\diamond + C^{\diamond\alpha} \delta_{ij} = 0 \quad j \leq n_k, & C_{\mathbf{K}_j}^\diamond(0) = C_{\mathbf{K}_j}^\bullet(\delta t) \\ \partial_t C_\alpha^\diamond + \mathbf{K}_i \alpha C^{\diamond\alpha-1} C_\alpha^\diamond + \mathbf{K}_i C^{\diamond\alpha} \ln C^\diamond = 0, & C_\alpha^\diamond(0) = C_\alpha^\bullet(\delta t) \\ \partial_t A^\diamond - 1 = 0, & A^\diamond(0) = A^\bullet(\delta t) \end{cases}$$

où $f_1(t, x) = C^\alpha \delta_{ij}$; $f_2(t, x) = \mathbf{K}_i C^\alpha \ln C$.

$C^\diamond(\delta t)$, $C_{\mathbf{K}_j}^\diamond(\delta t) + \frac{\delta t}{2} f_1(\delta t, x)$, $C_\alpha^\diamond(\delta t) + \frac{\delta t}{2} f_2(\delta t, x)$, $S(\delta t)$, $A^\diamond(\delta t)$ représentent la solution finale respectivement pour la concentration en désinfectant, les sensibilités par rapport à \mathbf{K}_j et α , l'âge de l'eau et la provenance (source).

4 Résultats : Le réseau de *Brushy Plains*

Le réseau de *Brushy Plains*, montré en figure 5.1, est un réseau test du logiciel Epanet 2. Ce réseau est composé de 41 conduites, 35 noeuds de jonctions, un réservoir (tank) et une station de pompage. Dans cette exemple la réaction du chlore est supposée du 1^{er} ordre ($\alpha = 1$) et la constante de réaction est fixée à 0.1h^{-1} ($k=0.1$). Considérons un pas de temps : $\delta t = 1 \text{min}$. La figure 5.2(a) montre la concentration dans le réservoir obtenue en utilisant les logiciels Porteau, Epanet2, et notre méthode (TVD-takacs). Nous constatons que notre modèle donne exactement les mêmes résultats. La figure 5.2(b) montre la sensibilité pour chaque noeud. Chaque noeud possède un vecteur de sensibilité en fonction du temps : $C_k(t)$ et $C_\alpha(t)$. Nous avons représenté sur la figure la norme L^1 de chaque vecteur. Pour la sensibilité par rapport à k il vient :

$$C_k^*(N) = \delta t \sum_t |C_k(t)|$$

$$C_k(N) = \frac{C_k^*(N)}{\max_N C_k^*(N)}$$

où $N = 1, \dots, \text{Nombre de noeuds}$. On voit que les noeuds les plus sensibles par rapport à k sont les noeuds 8, 19 et par rapport à α , le noeud 8, le réservoir. Cette figure est importante car elle nous donne des informations sur l'impact d'une petite variation de α et k sur la concentration en chaque point.

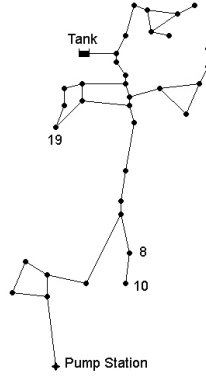


FIG. 5.1 – Le réseau *Brushy plains*.

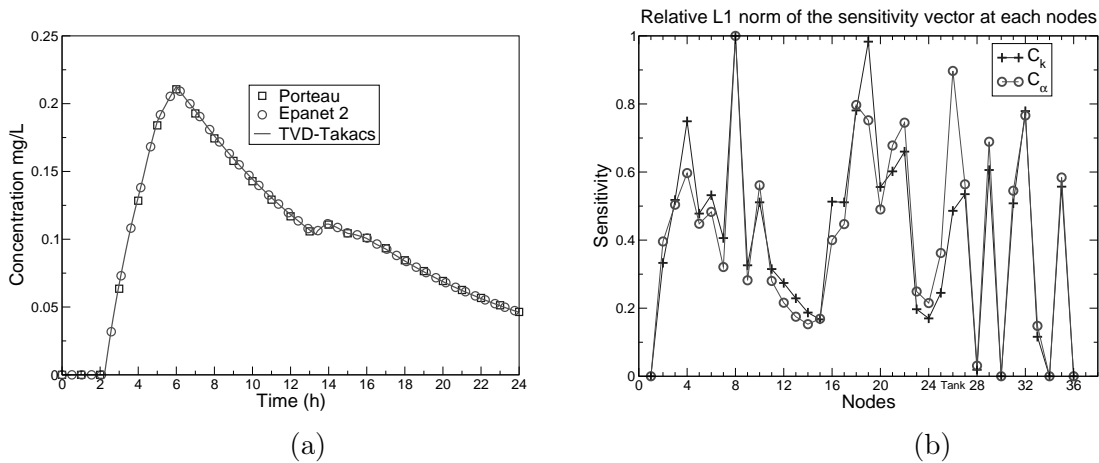


FIG. 5.2 – (a) Concentration en chlore dans le réservoir (tank); (b) Sensibilité par rapport à k et α pour chaque noeud.

5 Conclusion

Dans ce travail une nouvelle approche basée sur la résolution simultanée des équations de sensibilité et le problème d'advection-réaction instationnaire a été présentée ([6, 5, 7]). Cette méthode utilise une technique de pas fractionnaires qui sépare simultanément la résolution des opérateurs. L'efficacité d'un schéma TVD pour résoudre la partie convective a été établie. Les autres opérateurs ont été résolus par un schéma implicite d'ordre trois du type Runge-Kutta. Finalement, ces travaux ont été validés pour un cas test classique du réseau d'eau potable.

Bibliographie

- [1] A. Bargiela & G. D. Hainsworth, Pressure and Flow Uncertainty in Water Systems. *Journal of Water Resources Planning and Management*, **15**, 212-229 (1989).
- [2] C.A. Bush & J.G. Uber, Sampling Geign Methods For Water Distribution Model Calibration, *J. of Water resources Planning and Management*, **124**, pp. 334-344 (1998).
- [3] S. Descombes & M. Massot, Operator splitting for nonlienear reaction-diffusion systems with an entropic structure : singular pertubation and order reduction, *Numerische Mathematik*, **97**, pp. 667-698 (2004).
- [4] <http://www.epa.gov/ORD/NRMRL/wswrd/epanet.html>
- [5] P. Fabrie, G. Gancel, I. Mortazavi & O. Piller, Sensitivity assessment for quality modelling in Water Distribution Systems, *Journ. Hydraulic Engg.*, under review.
- [6] G. Gancel, Modélisation d'un problème inverse pour la qualité de l'eau dans les réseaux d'eau potable, PhD, University of Bordeaux (2006).
- [7] G. Gancel, I. Mortazavi & O. Piller, Coupled numerical simulation and sensitivity assessment for quality modelling for water distribution systems, *Appllied Math. Letters*, **10**, pp. 1313-1319 (2006).
- [8] Z. Kapelan, Calibration of Water Distribution System Hydraulic Models. PhD, University of Exeter (2002).
- [9] R.J. Leveque & H.C. Yee, A Study of Numerical Methods for Hyperbolic Conservation Laws with Stiff Source Terms, *J. of Computational Physics*, **86**, pp. 187-210 (1990).
- [10] O. Piller, Modeling the behavior of a network - Hydraulic analysis and a sampling procedure for estimating the parameters, PhD, University of Bordeaux I, Bordeaux (1995).
- [11] O. Piller, B. Brémond & P. Morel, (1999) A Spatial Sampling Procedure for Physical Diagnosis in a Drinking Water Supply Network. International Conference on Computing and Control for the Water Industry CCWI '99, Exeter, UK, 309-316 (1999).
- [12] <http://porteur.cemagref.fr>
- [13] P. Rasetarinera, Etude Mathématique et Numérique de la Restauration Biologique en Milieu Poreux. Thèse de doctorat, Université Bordeaux 1 (1995).
- [14] L.A. Rossman & P.F. Boulous, numerical methods for modeling water quality in distribution systems : a comparison, *J. of Water resources Planning and Management*, **122**, pp. 137-146 (1996).
- [15] B. Sportisse, An Analysis of Operator Splitting Techniques in the Stiff Case, *J. of computational Physics*, **161**, 140-168 (2000).
- [16] G. Strang, Accurate Partial Difference Methods I : Linear Cauchy Problems, *Arch Rational Mech. Ana.*, **12**, pp. 392-402 (1963).
- [17] P.K. Sweby, High Resolution Schemes Using Flux Limiters for Hyperbolic Conservation Laws, *J. Comput. Phys.*, **49**, pp. 91-106 (1983).
- [18] B. Van Leer, Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme. II. Monotonicity and Conservation Combined in a second-Order Scheme, *J. Comput. Phys.*, **14**, pp. 361-370 (1973).

Conclusions et perspectives

L'objectif principal des travaux effectués dans ce mémoire était la conception de stratégies performantes de contrôle actif et passif d'écoulements complexes pour des applications industrielles. Nous nous sommes également intéressés à la mise au point de techniques efficaces d'analyse d'écoulements et de méthodes numériques adaptées à nos problématiques.

Nous avons d'abord généralisé, dans le chapitre premier, le critère de Weiss d'identification des structures cohérentes tourbillonnaires aux écoulements faiblement compressibles. Nous avons introduit des paramètres de *coupure* pour les critères d'identification, permettant ainsi de mieux définir le contour des zones cohérentes dans les écoulements bidimensionnels et tridimensionnels. Nous nous sommes ensuite intéressés, dans le chapitre 2, à la mise au point de techniques de contrôle passif en utilisant des dispositifs pariétaux poreux. Nous avons adapté et modifié une méthode de double pénalisation afin de modéliser simultanément les trois milieux poreux, fluide et solide sans conditions aux limites de raccord encombrantes. Autour d'un pipeline l'importante réduction du C_{Lrms} a montré la forte diminution des vibrations et donc l'augmentation significative de la durée de vie de la conduite. Dans le cas du corps d'Ahmed nous avons obtenu par un placement judicieux des interfaces poreuses une bonne diminution de la traînée, qui peut atteindre 35% pour un corps sans lunette.

Dans le chapitre 3, une méthode de simulation directe a été validée pour un écoulement laminaire bidimensionnel faiblement compressible dans un canal avec une marche descendante. Ensuite, une approche de contrôle avec un profil d'entrée pulsé a été introduite. Nous avons constaté qu'un choix approprié des paramètres d'oscillation (fréquence et amplitude) peut modifier le processus de déclenchement tourbillonnaire et contrôler la taille et la longueur de la zone de recirculation. La convergence numérique des approches lagrangiennes de vortex aléatoires et semi-lagrangiennes de *Cloud-In-Cell* a été étudiée, en fonction des paramètres de discrétisation principaux, dans le chapitre 4. La nécessité de satisfaire des critères de stabilité spécifiques a été mise en évidence. Nous avons aussi montré la capacité des méthodes vortex à simuler de manière performante des écoulements incompressibles à grands nombres de Reynolds : elles concentrent l'essentiel des efforts de calcul dans les zones rotationnelles et permettent de véritables économies de temps de calcul. Ces méthodes ont été utilisées pour la simulation et le contrôle d'écoulements dans un mélangeur ou derrière une marche descendante. Nous avons réussi à contrôler et à réduire la zone de recirculation d'une marche descendante en modifiant les mécanismes de déclenchement tourbillonnaire par des stratégies de contrôle actif en boucle ouverte ou fermée.

Dans le dernier chapitre, une nouvelle approche basée sur la résolution simultanée des équations de sensibilité et le problème d'advection-réaction instationnaire a été présentée. Cette technique a été validée pour un cas test classique de réseau d'eau potable.

Ces études ouvrent de nouvelles perspectives dans les différents domaines que nous avons exploré. Un des projets de recherche en cours correspond à l'interprétation géométrique des techniques d'identification des structures cohérentes.

Une autre perspective intéressante consiste à combiner les méthodes vortex avec la méthode de

pénalisation. Une telle possibilité serait très utile pour la simulation numérique d'écoulements autour d'obstacles. Elle permettrait aux méthodes vortex de préserver leurs propriétés lagrangiennes, tout en profitant de la souplesse géométrique de la méthode de pénalisation pour le traitement des conditions aux limites, l'enjeu consistant ici à représenter avec précision des écoulements à grands nombres de Reynolds pour un temps de calcul minimal.

Un autre champ ouvert de recherche concerne les véhicules terrestres et les contextes où les contrôles passifs et actifs seuls ne donnent pas de résultats très satisfaisants. Dans ce cas, un couplage optimisé de techniques passives et actives (avec apport d'énergie par jet synthétique ou jet pulsé) pourrait améliorer sensiblement les effets de la stratégie de contrôle. Ce type de contrôle *hybride* est surtout envisageable en réalisant des simulations avec des jets d'une part et des interfaces poreuses d'autre part, pour les écoulements bidimensionnels et tridimensionnels.