

COLLECTION FORMATION DES ENSEIGNANTS ET FORMATION CONTINUE

JEAN FRESNEL

Espaces quadratiques,
euclidiens, hermitiens

From middle to middle of Column . MO . 6 $\frac{1}{2}$.

ACTUALITÉS SCIENTIFIQUES ET INDUSTRIELLES

HERMANN  ÉDITEURS DES SCIENCES ET DES ARTS

Table des matières

Introduction

Preliminaires

1

B . Espaces vectoriels quadratiques

0. Introduction	11
1. Définitions des formes bilinéaires et quadratiques	12
2. Représentation matricielle et polynômes homogènes	13
2.1. Représentation matricielle	13
2.2. Définition	14
3. Orthogonalité	14
4. Eléments isotropes, espaces isotropes, totalement isotropes	16
5. Bases orthogonales, orthonormales	17
6. Espaces quadratiques, homomorphismes	20
7. Le groupe orthogonal	21
8. Formes bilinéaires symétriques en dimension 2 (les isotropes)	22
9. Formes bilinéaires en dimension 3 (les isotropes)	23
10. Espaces hyperboliques, espaces définis	24
11. Le théorème de Witt ; sous-espaces totalement isotropes maximaux	26
12. Les involutions et des générateurs du groupe orthogonal	29
13. Le centre du groupe orthogonal ; le centralisateur du groupe spécial orthogonal	37
14. Le sous-groupe engendré par les commutateurs du groupe orthogonal et du groupe spécial orthogonal	38
15. Adjoint d'un endomorphisme, endomorphisme normal, endomorphisme auto-adjoint, endomorphisme orthogonal	41
16. Exercices	45

C . Espaces vectoriels euclidiens

0. Introduction	61
1. Formes bilinéaires symétriques réelles	63
2. Espace vectoriel euclidien	66
3. Groupe orthogonal euclidien ; rotations, involutions, symétries (premiers résultats)	70
4. Angles orientés, non orientés, de droites, de demi-droites	75
4.1. Angle orienté de demi-droites du plan euclidien ; mesure	75
4.2. Angle orienté de droites du plan vectoriel euclidien ; mesure	81
4.3. Angle non orienté de droites, de demi-droites de l'espace euclidien	82
4.4. Le groupe multiplicatif des nombres complexes	83
5. Le groupe orthogonal d'un espace vectoriel euclidien	89
5.1. Réduction des automorphismes de l'espace euclidien	89
5.2. Les composantes connexes ; le groupe des commutateurs	93
5.3. Les sous-groupes distingués de $O_n(\mathbb{R})$	96
5.4. Le groupe orthogonal en dimension 2, 3	101
5.4.1. Le groupe orthogonal en dimension 2	101
5.4.2. Le groupe orthogonal en dimension 3	102
6. Le groupe des similitudes d'un espace vectoriel euclidien	108
7. Produit vectoriel sur un espace euclidien de dimension 3	110
8. Endomorphisme normal, auto-adjoint, orthogonal d'un espace vectoriel euclidien	111
9. Le groupe orthogonal d'une forme bilinéaire symétrique sur \mathbb{R}^n	124
10. Exercices	129

D . Espaces vectoriels hermitiens

0. Introduction	237
1. Formes hermitiennes, formes quadratiques hermitiennes	239
1.1. Définitions, représentation matricielle, polynômes homogènes	239
1.2. Orthogonalité, forme dégénérée, non dégénérée, rang	241
1.3. Éléments isotropes, espaces isotropes, totalement isotropes	242
1.4. Classification des formes hermitiennes	244
1.5. Les automorphismes unitaires	247
2. Espace hermitien	248
3. Le groupe unitaire d'un espace vectoriel hermitien	253
3.1. Définitions	253
3.2. Représentation matricielle	254
3.3. L'espace vectoriel hermitien \mathbb{C}^n	254
3.4. Les groupes unitaires sur \mathbb{C}^n sont conjugués	254
3.5. Des générateurs pour $U_n(\mathbb{C})$ et $SU_n(\mathbb{C})$	255
3.6. Le centralisateur de $U_n(\mathbb{C})$ dans $SU_n(\mathbb{C})$	257
3.7. Connexité et compacité de $U_n(\mathbb{C})$ et $SU_n(\mathbb{C})$	258
3.8. Les sous-groupes distingués et commutateurs de $U_n(\mathbb{C})$ et $SU_n(\mathbb{C})$	259
4. Endomorphisme normal, auto-adjoint, unitaire d'un espace vectoriel hermitien	261
4.1. Les définitions	261
4.2. Les théorèmes	264
5. Exercices	273
 Bibliographie	 307
 Index des notations	 309
 Index des noms	 310