

**Mathématiques pour Informaticiens – Série 6**

1. *5 points* Considérons la fonction suivante :

$$f(x, y) = \sin(x)e^{-3x+4y}.$$

Calculer le développement limité de  $f$  à l'ordre 2 (inclus) autour de l'origine. Faire de même autour du point  $(x_0, y_0) = (\pi/3, 1)$ .

*Indications* : Vous pouvez soit calculer les dérivées partielles successives de  $f$ , ou utiliser les séries de Taylor connues pour l'exponentielle et la fonction sinus. Pour vérifier vos réponses, vous pouvez utiliser la fonction `mtaylor` de Maple.

2. *5 points* Considérons la fonction suivante

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \\ x, y \mapsto \sin(y)e^{-xy} + y^2.$$

Démontrer directement que les deuxièmes dérivées mixtes coïncident, c'est-à-dire

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}.$$

3. *5 points* Soit  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z^2x - 3\sin(xy) + 2\cos(zx) = 2\}$ . Déterminer si, dans un voisinage du point  $(1, 0, 0)$ , l'ensemble  $S$  peut être écrit sous l'une des formes suivantes :  $z = f(x, y)$ ,  $y = g(x, z)$  ou  $x = h(y, z)$ .

4. *5 points* Considérons les équations

$$z(x, y) = x^2 + y^2, \\ w(x, y) = \cos x + \sin y.$$

Pour chacun des points  $(x_0, y_0)$  suivants, déterminer s'il est possible d'inverser localement les fonctions, c.-à-d. de pouvoir écrire  $x = f(z, w)$  et  $y = g(z, w)$  dans un voisinage du point.

$$(0, 0), \quad (\pi, \pi/2), \quad (\pi/2, \pi), \quad (\pi/2, \pi/2), \quad (\pi/4, \pi/4).$$

---

**Évaluation du cours Mathématiques pour Informaticiens :**

- Les exercices
  - Un examen oral durant la session d'examens sur le cours.
- La note finale est de : 30% exercices et 70% examen oral.

Assistant : Kévin Santugini  
Adresse électronique : `Kevin.Santugini@math.unige.ch`