

Mathématiques pour Informaticiens – Série 7

Si vous êtes débutant avec Maple, il peut vous être utile de vous référer au fichier d'introduction à Maple, qui est distribué dans le cadre du cours de programmation mathématique. Vous pouvez l'obtenir sur la page http://www.unige.ch/math/folks/cherix/atelier/maplefold/Intro_0.html.

1. *5 points* Considérons la fonction $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ définie par

$$(x, y) \mapsto \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + \frac{y}{4} \\ \frac{(x+2)}{8}y^3 - \frac{3}{4}(x+1)y + \frac{x}{4} \end{bmatrix}.$$

Déterminer l'ensemble des couples (x, y) pour lesquels le théorème d'inversion locale n'est pas applicable, i.e, tels que $\det(f'(x, y)) = 0$.

Écrire cet ensemble sous la forme $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x = \varphi(y)\}$, et le dessiner.

2. *5 points* Soit $V(x, y)$ une fonction différentiable, et soit

$$W(r, \varphi) = V(r \cos \varphi, r \sin \varphi).$$

En utilisant la règle de dérivation des fonctions composées, montrer l'égalité

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial W}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial W}{\partial \varphi}\right)^2.$$

3. *4 points* Démontrer que pour tout ε suffisamment petit, il existe une unique solution proche de $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ du système

$$\begin{cases} x = 1 + \varepsilon \cdot \sin(xy), \\ y = 2 + \varepsilon \cdot (\cos(x) - y^2). \end{cases}$$

4. *6 points* Pour chacune des questions suivantes, qui proviennent des séries d'exercices précédentes, vérifiez vos réponses à l'aide de Maple. Inclure les programmes dans chaque réponse.

- (a) Série 1, exercice 3. Dessiner le disque unitaire correspondant à la norme donnée.
 - (b) Série 2, exercice 3. Dessiner les trois fonctions, pour x_1 et x_2 entre -1 et 1 .
 - (c) Série 3, exercice 5. Calculer les valeurs et vecteurs propres de la matrice \mathbf{A} .
 - (d) Série 4, exercice 2, en utilisant `rand()`, générer 10 matrices $2, 2$ pour lesquelles la norme 2 est strictement supérieure à la norme 1.
 - (e) Série 5, exercice 6. Calculer la jacobienne puis son déterminant.
 - (f) Série 6, exercice 1. Montrer que les deuxièmes dérivées mixtes coïncident.
-

Évaluation du cours Mathématiques pour Informaticiens :

- Les exercices. Les séries d'exercices rendues en retard seront comptés comme non rendues (*i.e.*, note 1 sur 6) dans le calcul de la note finale.
 - Un examen oral durant la session d'examens sur le cours.
- La note finale est de : 30% exercices et 70% examen oral.

Assistant : Kévin Santugini
Adresse électronique : Kevin.Santugini@math.unige.ch
Page web : <http://www.unige.ch/~santugin/index.php?page=enseignement>