UNIVERSITE DE GENEVE — Section de mathématiques

Faculté des sciences — jeudi 11 mai 2006

Mathématiques pour Informaticiens – Série 8

1. *6 points* Considérons le (double) cône défini par l'ensemble suivant

$$C = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \frac{1}{2}(x^2 + y^2) - \frac{1}{4}z^2 = 0 \right\}.$$

   Trouver l'espace tangent à ce cône au point $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, -2\right)$, de deux manières différentes :

   (a) en trouvant une représentation paramétrique de la variété, et en utilisant les dérivées par rapport aux variables de la paramétrisation

   (b) en calculant une approximation linéaire (polynôme linéaire de Taylor) autour du point donné.

   Vérifier que les deux méthodes donnent le même plan tangent.

2. *6 points* Considérons le tore de révolution donné par la représentation paramétrique

$$\phi(\alpha, \beta) = \begin{bmatrix} (d + \rho \cos \alpha) \cos \beta \\ (d + \rho \cos \alpha) \sin \beta \\ \rho \sin \alpha \end{bmatrix},$$

   où $d = 3/2$ et $\rho = 1/2$. Trouver le plan tangent à ce tore au point donné par les angles $\alpha = \pi/4$ et $\beta = \pi/4$. Aussi, écrire le tore sous une forme « non-paramétrique »

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid G(x, y, z) = 0\}.$$

3. *4 points* Considérons la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ suivante

$$f(x) = x^4 - 5x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2.$$

   Trouver le maximum global et le minimum global de cette fonction sur l'intervalle $[-1, 2]$. Trouver également tous les maxima et minima locaux.

4. *4 points* Maintenant considérons la fonction $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ suivante

$$f(x,y) = x^3 - \frac{1}{8}y^3 - 6xy.$$

Trouver les points critiques de f (c.-à-d. les points (x, y) tel que $\nabla f(x, y) = 0$). Pour chacun de ces points, déterminer s'il s'agit d'un maximum local, d'un minimum local, ou aucun des deux.

Évaluation du cours Mathématiques pour Informaticiens :
– Les exercices
– Un examen oral durant la session d'examens sur le cours.
La note finale est de : 30% exercices et 70% examen oral.

Assistant :	Kévin Santugini
Adresse électronique :	`Kevin.Santugini@math.unige.ch`
Page web :	`http://www.unige.ch/~santugin/index.php?page=enseignement`