UNIVERSITE DE GENEVE Section de mathématiques
Faculté des sciences

**Mathématiques pour Informaticiens – Série 9**
**SOLUTIONS**

1. Soit une boîte de hauteur $h$, de profondeur $p$, et de largeur $l$. Nous devons résoudre le problème suivant : maximiser $lph$ sous la contrainte $lp + 2hp + 2lh = 192$. Un point critique devra vérifier, pour un réel $\lambda$,

$$\begin{aligned} hp &= \lambda(p + 2h) \\ lh &= \lambda(l + 2h) \\ lp &= 2\lambda(p + l) \\ lp + 2hp + 2lh &= 192 \end{aligned}$$

Comme aucun point critique du volume ne peut avoir une dimension nulle, on peut assumer $h \neq 0$, $l \neq 0$, $p \neq 0$ et $\lambda \neq 0$. Les deux premières équations peuvent s'écrire

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda} &= \frac{1}{h} + \frac{2}{p}, \\ \frac{1}{\lambda} &= \frac{1}{h} + \frac{2}{l}. \end{aligned}$$

Donc $l = p$. Donc, par la troisième équation $\lambda = \frac{l}{4}$. D'où, $h = \frac{l}{2}$. Il reste à utiliser la contrainte de surface : $12h^2 = 192$ soit $h = 4$, $l = p = 8$.

2. Un point criqtique devra vérifier :

$$\begin{aligned} 2x_1 + \lambda x_2 &= 0, \\ 2x_2 + \lambda x_1 &= 0, \\ 2x_3 - 4\lambda x_3 &= 0, \\ 2x_3^2 - x_1 x_2 &= 1. \end{aligned}$$

Les deux premères équations n'admettent une solution $(x_1, x_2)$ non nulle que si $\lambda = \pm 2$. Deux cas
– On a $x_1 = x_2 = 0$ donc $x_3 = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\lambda = \frac{1}{2}$.
– On a $\lambda = \pm 2$ et donc $x_3 = 0$. On a alors aussi $x_1 = \pm x_2$ et $|x_1| = 1$

3. Il faut résoudre pour $\lambda, \mu$ réels :

$$\begin{aligned} y &= \lambda y \\ x + z &= \lambda x + 4\mu y y & &= 2\mu z 2y^2 + z^2 = 6 \\ xy - 2 &= 0 \end{aligned}$$

Since $y \neq 0$, $\lambda = 1$, $y = \pm\sqrt{3}$, $\mu = \pm\frac{\sqrt{2}}{4}$.

4.

5.
```
f=x^4-5*x^3+x^2/2-2:
fx:=diff(f,x):
solv(fx,x);
```

(a)
```
f:=x^3-y^/8-6x*y:
fx:=diff(f,x):
fy:=diff(f,y):
solve({fx,fy},{x,y};
```