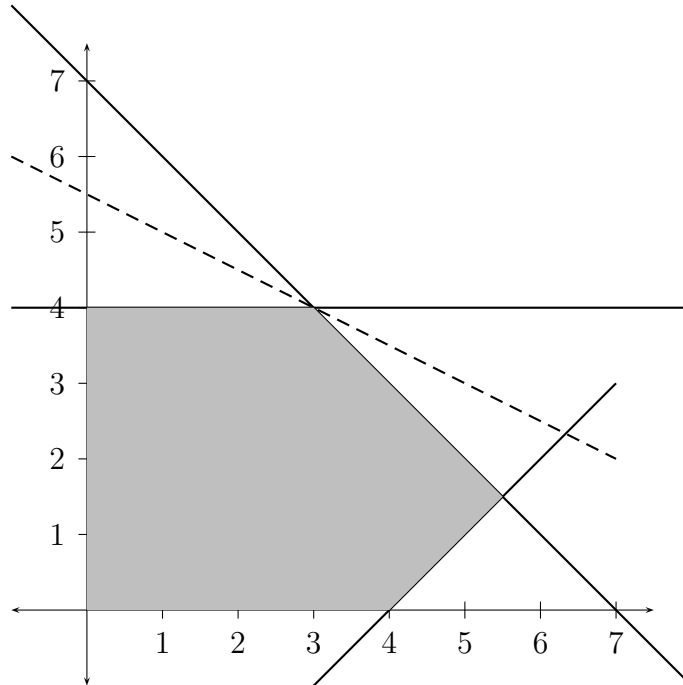

Mathématiques pour Informaticiens – Série 10
SOLUTIONS

1. Il suffit de faire un dessin :



Le point où le maximum est atteint est au point $(3, 4)$. La valeur du maximum est 11.

2. On se retrouve avec la matrice

$$\mathbf{A}' = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & y_1 & y_2 & y_3 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

On obtient alors les solutions de base correspondantes :

- $(x_1, x_2, y_1) = (8, 4, -5)$ non admissible,
- $(x_1, x_2, y_2) = (3, 4, 5)$ admissible,

- $(x_1, x_2, y_3) = (5.5, 1.5, 2.5)$ admissible,
- (x_1, y_1, y_2) matrice non inversible,
- $(x_1, y_1, y_3) = (4, 3, 4)$ admissible,
- $(x_1, y_2, y_3) = (7, -3, 4)$ non admissible,
- $(x_2, y_1, y_2) = (4, 3, 8)$ admissible,
- $(x_2, y_1, y_3) = (-4, 11, 8)$ non admissible,
- $(x_2, y_2, y_3) = (7, 11, -3)$ non admissible,
- $(y_1, y_2, y_3) = (7, 4, 4)$ admissible,

3. Comme $b \geq 0$ on peut prendre $B = (y_1, y_2, y_3)$. On obtient alors successivement

$$\begin{array}{c|cc|c} & x_1 & x_2 & \\ \hline y_1 & 1 & 1 & 7 \\ y_2 & \square & -1 & 4 \\ y_3 & 0 & 1 & 4 \\ \hline & 1 & 2 & 0 \end{array} \implies \begin{array}{c|cc|c} & y_2 & x_2 & \\ \hline y_1 & -1 & \square & 3 \\ x_1 & 1 & -1 & 4 \\ y_3 & 0 & 1 & 4 \\ \hline & -1 & 3 & -4 \end{array} \implies \begin{array}{c|cc|c} & y_2 & y_1 & \\ \hline x_2 & -1/2 & 1/2 & 3/2 \\ x_1 & 1/2 & 1/2 & 11/2 \\ y_3 & \square & -1/2 & 5/2 \\ \hline & 1/2 & -3/2 & -17/2 \end{array} \implies \begin{array}{c|cc|c} & y_3 & y_1 & \\ \hline x_2 & 1 & 0 & 4 \\ \implies x_1 & -1 & 1 & 3 \\ y_2 & 2 & -1 & 5 \\ \hline & -1 & -1 & -11 \end{array}$$

4. En Matlab

```

function [T,B,R] = simplexe(TE,BE,RE)
% [TF,BF,RF]=simplexe(TE,BE,RE) Donné un tableau du simplex TE,
% pour les bases BE et RE renvoie le tableau du simplexe final
% obtenu par l'algorithme du simplexe. Le tableau d'entrée ne
% contient pas les indices qui sont stockées dans BE et RE.
n=length(RE);
m=length(BE);

T=TE;
B=BE;
R=RE;

while max(T(m+1,1:n))>0
    %Choix de la colonne
    I=find(T(m+1,1:n)>0);
    l=I(1);
    %Choix de la ligne

```

```

Poss=find(T(1:m,1)>0);
if length(Poss)>=1
    [sk1,kp]=min(T(Poss,n+1)./T(Poss,1));
    k=Poss(kp);
else
    error('Pas d'optimum');
end

%Inversion en fonction de l et k
T2=T-T(:,1)*T(k,:)/T(k,1);
T2(k,:)=T(k,:)/T(k,1);
T2(:,1)=-T(:,1)/T(k,1);
T2(k,1)=1/T(k,1);
T=T2;

%Echange indices B et R
tmp=B(k);
B(k)=R(1);
R(1)=tmp;
end

```