UNIVERSITÉ DE GENEVE | Section de mathématiques
Faculté des sciences | jeudi 9 juin 2006

Mathématiques pour Informaticiens – Série 11

1. *8 points dont a) 2 pts, b) 4 pts, c) 2pts*

   (a) Implémenter (en Matlab) la fonction suivante

```
function T = tableausimplexe(A,b,c,B)
% TABLEAUSIMPLEXE renvoie le tableau du simplexe en optimisation.
%   T=tableausimplexe(A,b,c,B) renvoie le tableau du simplexe
%   du problème Az=b, z>=0, c'*z--> max, pour les bases B et R.
%   où length(B)=size(A,1). Si A restreint aux colonnes indiquées
%   par B n'est pas inversible, TABLEAUSIMPLEXE renvoie erreur.
```

   (b) Implémenter en Matlab la fonction suivante

```
function B = baseadmissible(A,b)
% BASADMISSIBLE renvoie une base admissible pour le simplexe
%    B = baseadmissible(A,b) renvoie une base admissible
%    au problème d'optimisation Az=b, z>=0.
%    B est un vecteur de taille size(A,1) contenant des
%    indices distincts. Il est impératif que
%    A(:,size(A,2)-size(A,1)+1:) == eye(size(A,1)).
```

   On utilisera pour cela le problème auxiliaire suivant

$$
\begin{aligned}
y_i + \sum_{i=1}^{n} a_{ij}x_j = b_j \quad \text{si } b_j \geq 0 \\
y_i - z_i + \sum_{i=1}^{n} a_{ij}x_j = b_j \quad \text{si } b_j < 0 \\
y_i \geq 0 \quad z_i \geq 0 \quad x_i \geq 0 \\
-\sum_i z_i \to \max
\end{aligned}
$$

   et la base $B = \{y_i | b_i \geq 0\} \cup \{z_i \geq 0 | b_i < 0\}$ qui est toujours admissible pour ce problème.

(c) Se servir de l'implémentation pour trouver une base admissible de :

$$\begin{aligned}
-(x_1 + x_2) &\leq -1 \\
-x_1 + 2x_2 &\leq 1 \\
2x_1 - x_2 &\leq 1 \\
x_1 &\geq 0 \\
x_2 &\geq 0
\end{aligned}$$

2. *4 points* Soit $a > 0$ et $r > 0$. On considère le cône tronqué de révolution

$$C = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 \leq z^2 r^2, 0 \leq z \leq a\}.$$

Calculer le volume du cône C.

3. *4 points* On considère la courbe $\mathcal{C}$ définie par $y = x^2$
   (a) Déterminer par intégration le volume du solide de révolution S_1, tronqué à $y \leq 1$ obtenu par révolution de la courbe $\mathcal{C}$ autour l'axe Oy.
   (b) Déterminer par intégration le volume du solide de révolution S_2, tronqué à $|x| \leq 1$, obtenu par révolution de la courbe $\mathcal{C}$ autour de l'axe Ox.

4. *4 points* On considère

$$I_n = \int_0^{\pi/2} \sin^n(x) \mathrm{d}x.$$

En utilisant `Maple` avec `with(student)` et `intparts`, montrer que pour $n \geq 2$, $I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2}$.

Évaluation du cours Mathématiques pour Informaticiens :

– Les exercices. Les séries d'exercices rendues en retard seront comptées comme non rendues (*i.e.*, note 1 sur 6) dans le calcul de la note finale.
– Un examen oral durant la session d'examens sur le cours.

La note finale est de : 30% exercices et 70% examen oral.

Assistant :	Kévin Santugini
Adresse électronique :	`Kevin.Santugini@math.unige.ch`
Page web :	`http://www.unige.ch/~santugin/index.php?page=enseignement`