Université de Genève — **Analyse numérique**
Faculté des sciences — **Exercices**
Section de mathématiques — **Série 2** — 9 novembre 2006

Exercice 1 Montrer qu'une formule de quadrature symétrique possède toujours un ordre pair.
Conclusion : La règle de Simpson est d'ordre 4 (et non 3) et la règle de Boole est d'ordre 6 (et non 5).

Exercice 2 Dessiner tous les noyaux de Peano $N_1(\tau)$, $N_2(\tau)$, $N_3(\tau)$, $N_4(\tau)$ pour la formule d'ordre 4 à $s = 2$ étages ($c_1 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6}$, $c_2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6}$, $b_1 = b_2 = \frac{1}{2}$).

Exercice 3 Vérifier par le calcul algébrique la formule de quadrature de Gauss avec $s = 4$ d'ordre 8. Les b_i (ou β_i) doivent être de la forme $A+B\sqrt{30}$. *Indication :* Pour obtenir les c_i, on pourra calculer les racines du 4$^{\text{e}}$ polynôme de Legendre : $P_k(X) = 35X^4 - 30X^{+}3$.

Exercice 4 Avec des bons souvenirs du théorème de Rolle, esquisser l'allure géométrique des noyaux de Peano $N_1(\tau)$, $\ldots$, $N_6(\tau)$ de la formule de quadrature d'ordre 6 à $s = 3$ étages ($c_1 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{15}}{10}$, $c_2 = \frac{1}{2}$, $c_3 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{15}}{10}$, $b_1 = b_3 = \frac{5}{18}$, $b_2 = \frac{8}{18}$).