

**Exercice 1** Les Frères Perce-Picasse pensent calculer  $\sqrt[3]{20}$  à l'aide du polynôme d'interpolation de degré 3 passant par les points  $(0, 0)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(8, 2)$  et  $(27, 3)$ .

- (a) Calculer ce polynôme par la formule de Newton et poser  $x = 20$ .
- (b) Calculer la valeur de ce polynôme en  $x = 20$  par l'algorithme d'Aitken-Neville.
- (c) Est-ce qu'on obtient une bonne approximation de la valeur cherchée? Si non, expliquer pourquoi.

**Exercice 2** Soit  $T_n$  le  $n^{\text{e}}$  polynôme de Chebyshev.

- (a) Démontrer que  $T'_n(1) = n^2$  pour tout  $n \geq 0$ .
- (b) Montrer que l'on a, pour tout  $n \geq 0$ ,

$$T_n(x) = \frac{1}{2} \left( (x + \sqrt{x^2 - 1})^n + (x - \sqrt{x^2 - 1})^n \right) .$$

*Indication : penser à la formule d'Euler et poser  $u := e^{i\varphi}$ .*