Problèmes paraboliques, approximation par différences finies

Dans ce TP, nous allons étudier plusieurs schémas numériques de type différences finies pour résoudre l'équation de la chaleur en 1D :

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0.$$

définie sur l'intervalle $]x_{min}, x_{max}[$, avec des conditions aux limites de Dirichlet, et la condition initiale $u(0, x) = u_0(x)$.

a) *Compiler et exécuter le programme contenu dans le fichier chaleur.f90. Avec quelle méthode l'équation de la chaleur est-elle résolue ? Quelles condition initiale et conditions aux limites sont utilisées ? Faire varier les conditions aux limites et la solution initiale. Afficher les résultats avec gnuplot*

b) *Faire varier les paramètres dt, nx. Afficher les résultats avec gnuplot et étudier pour quelles valeurs de ces paramètres le schéma numérique est stable.*

b) *Programmer dans une routine la méthode de Gauss-Seidel et la tester sur un exemple.*

d) *Ecrire une nouvelle routine afin de résoudre la même équation avec la méthode d'Euler implicite. Etudier à nouveau numériquement la stabilité d ela méthode.*

e) *Idem avec le schéma de Crank-Nicholson.*

f) *Comparer les solutions numériques obtenues avec ces trois schémas.*