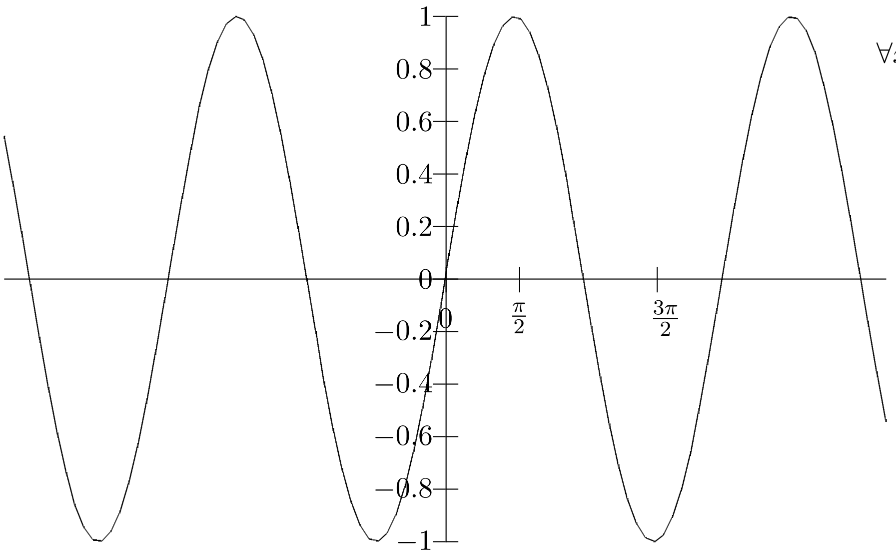
Sinus :



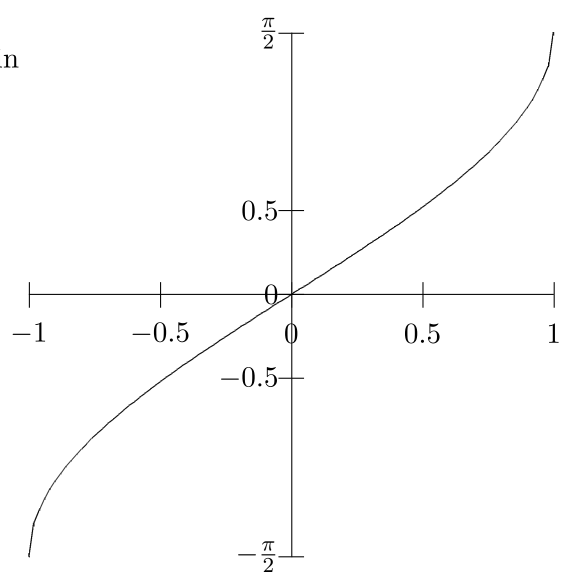
$\forall x \in \mathbb{R} \quad \sin'(x) = \cos x$

Arc sinus :
La restriction à $\left[-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}\right]$ de la fonction sinus est continue et strictement croissante sur $\left[-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}\right]$.
C'est donc une bijection de $\left[-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}\right]$ dans $[-1, +1]$.
La bijection réciproque est appelée *Arc sinus* et est notée $x \mapsto \text{Arcsin } x$. Par définition :
Pour tout $x \in [-1, +1]$, Arcsin x est l'unique angle de $\left[-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}\right]$ qui a pour sinus x:

$$\left\{ \begin{array}{lcl} y & = & \text{Arcsin } x \\ x & \in & [-1, +1] \end{array} \right. \iff \left\{ \begin{array}{lcl} x & = & \sin y \\ y & \in & \left[-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}\right] \end{array} \right.$$

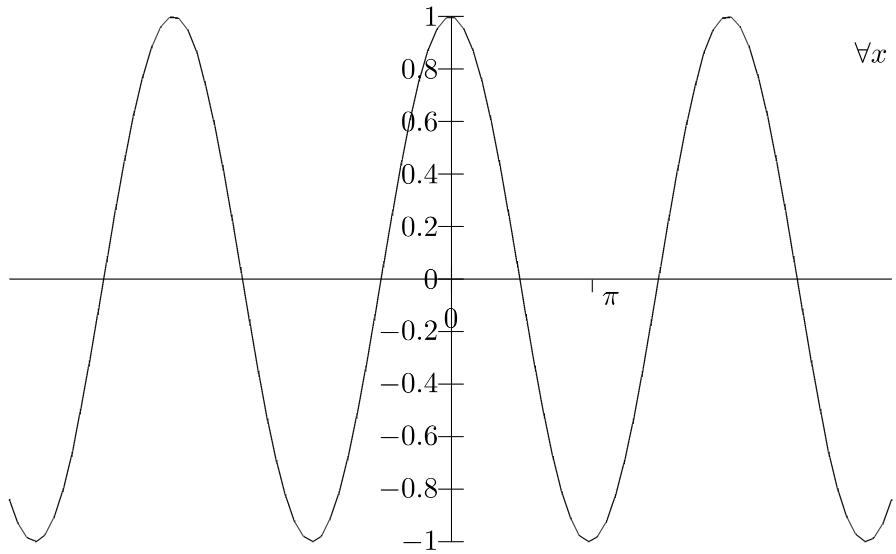
Propriétés : Arcsin est impaire. Arcsin est continue et strictement croissante sur $[-1, +1]$.
Elle est dérivable sur $]-1, +1[$.

Arcsin



$\forall x \in]-1, 1[\quad \text{Arcsin }'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Cosinus



$\forall x \in \mathbb{R} \quad \cos'(x) = -\sin x$

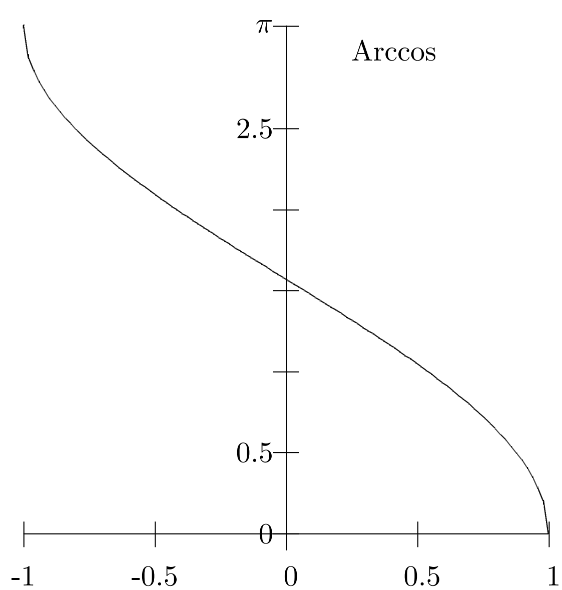
Arc cosinus :

Par définition :

Pour tout $x \in [-1, +1]$, Arccos x est l'unique angle de $[0, +\pi]$ qui a pour cosinus x:

$$\left\{ \begin{array}{lcl} y & = & \text{Arccos } x \\ x & \in & [-1, +1] \end{array} \right. \Longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{lcl} x & = & \cos y \\ y & \in & [0, +\pi] \end{array} \right.$$

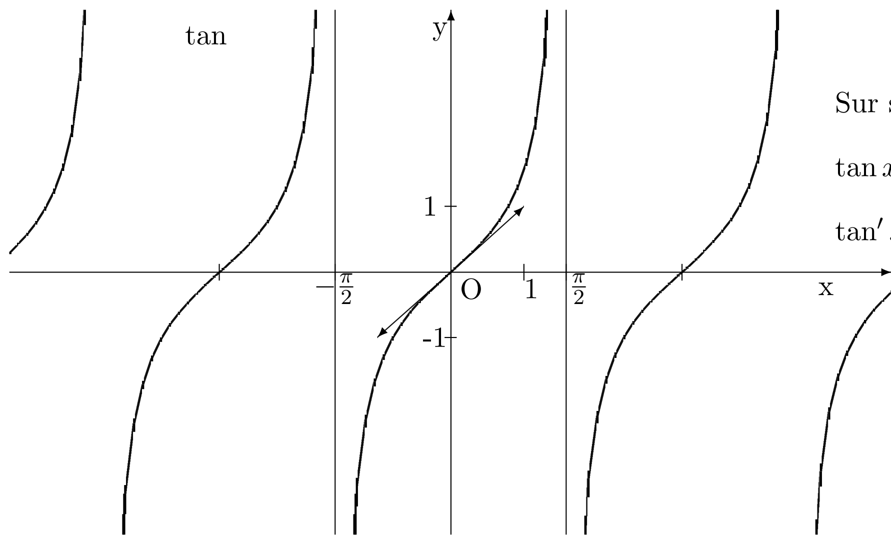
Arccos est continue et strictement décroissante sur $[-1, +1]$, dérivable sur $]-1, +1[$.



$\forall x \in]-1, 1[\quad \text{Arccos }'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Tangente

La fonction tangente est définie et dérivable sur tout intervalle ne contenant pas de réel de la forme $\frac{\pi}{2}+k\pi$ $(k \in Z)$.



Sur son domaine de définition:

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

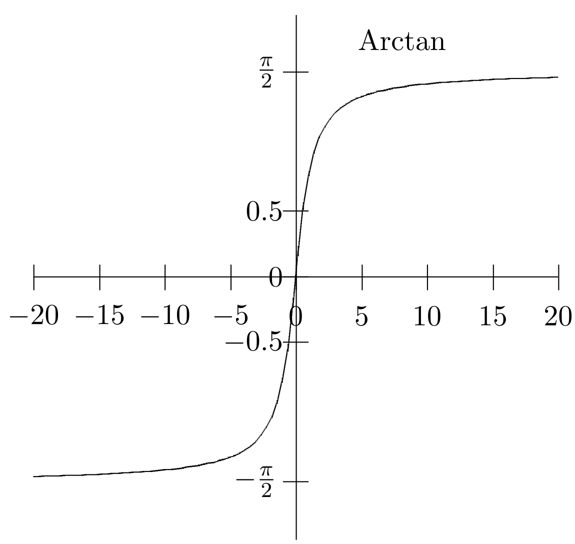
$\tan' x = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$

Arc tangente :

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, Arctan x est l'unique angle de $\left]-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}\right[$ qui a pour tangente x:

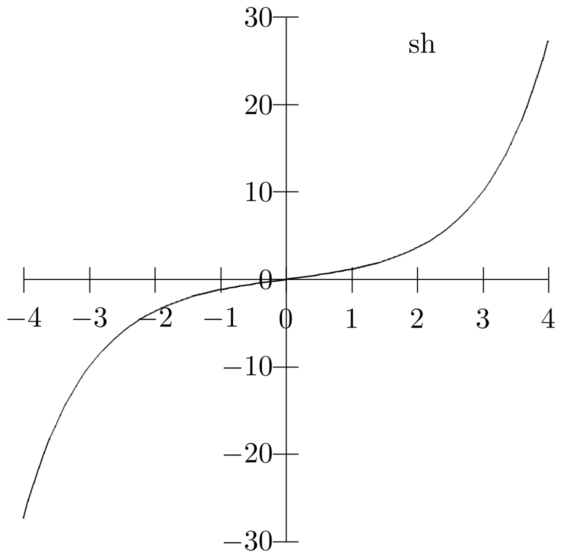
$$\left\{\begin{array}{lcl} y & = & \text{Arctan } x \\ x & \in & \mathbb{R} \end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{lcl} x & = & \tan y \\ y & \in & \left]-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}\right[\end{array}\right.$$

Arctan est impaire. Arctan est continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$, dérivable sur $\mathbb{R}$.



$\forall x \in \mathbb{R} \quad \text{Arctan }'(x) = \frac{1}{1+x^2}$

sinus hyperbolique



$\forall x \in \mathbb{R} \quad \text{sh } x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

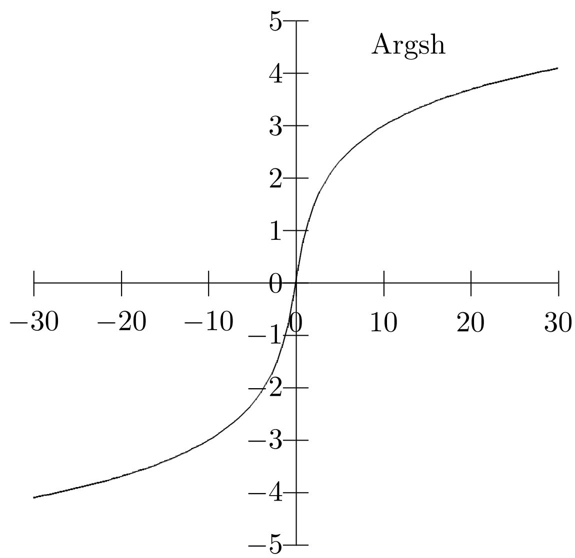
$\forall x \in \mathbb{R} \quad \text{sh }' x = \text{ch } x$

Argument sinus hyperbolique

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, Argsh x est l'unique élément de $\mathbb{R}$ qui a pour sinus hyperbolique x:

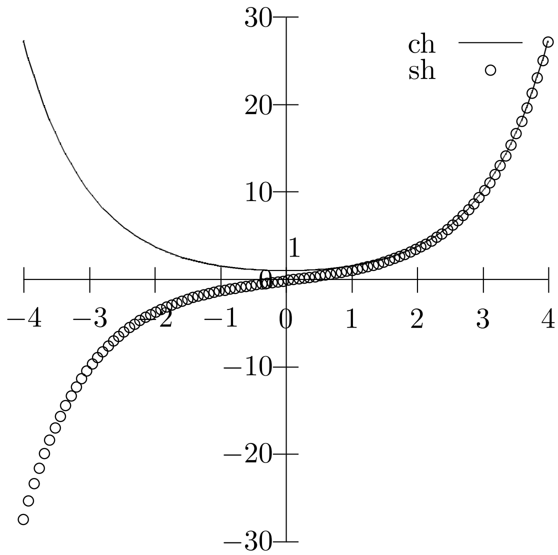
$$\left\{ \begin{array}{lcl} y & = & \text{Argsh } x \\ x & \in & \mathbb{R} \end{array} \right. \iff \left\{ \begin{array}{lcl} x & = & \text{sh } y \\ y & \in & \mathbb{R} \end{array} \right.$$

Argsh est continue et strictement croissante sur $\mathbb{R}$, dérivable sur $\mathbb{R}$.



$\forall x \in \mathbb{R} \quad \text{Argsh }'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

cosinus hyperbolique



$\forall x \in \mathbb{R} \quad \text{ch } x = \frac{e^x+e^{-x}}{2}$

$\forall x \in \mathbb{R} \quad \text{ch }' x = \text{sh } x$

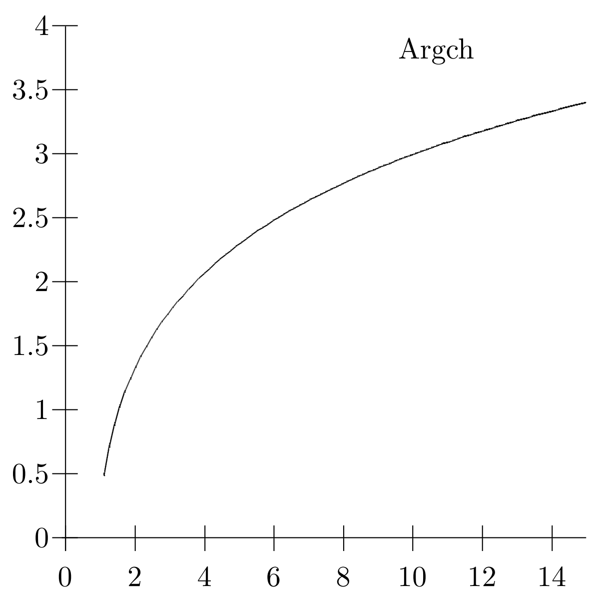
$\forall x \in \mathbb{R} \quad \text{ch }^2 x - \text{sh }^2 x = 1$

Argument cosinus hyperbolique

Pour tout $x \in [1, +\infty[$, Argch x est l'unique élément de $\mathbb{R}_+$ qui a pour cosinus hyperbolique x:

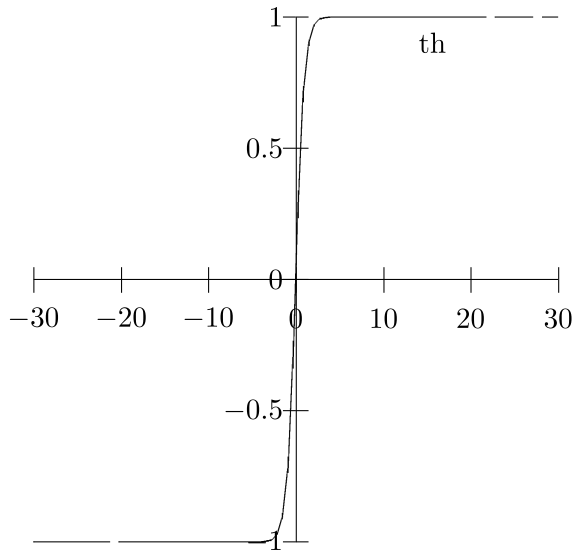
$$\left\{ \begin{array}{lcl} y & = & \text{Argch } x \\ x & \in & [1, +\infty[\end{array} \right. \Longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{lcl} x & = & \text{ch } y \\ y & \in & \mathbb{R}_+ \end{array} \right.$$

Argch est continue et strictement croissante sur $[1, +\infty[$, dérivable sur $]1, +\infty[$.



$\forall x \in]1, +\infty[\quad \text{Argch }'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

Tangente hyperbolique



$\forall x \in \mathbb{R} \quad \text{th } x = \frac{\text{sh } x}{\text{ch } x}$

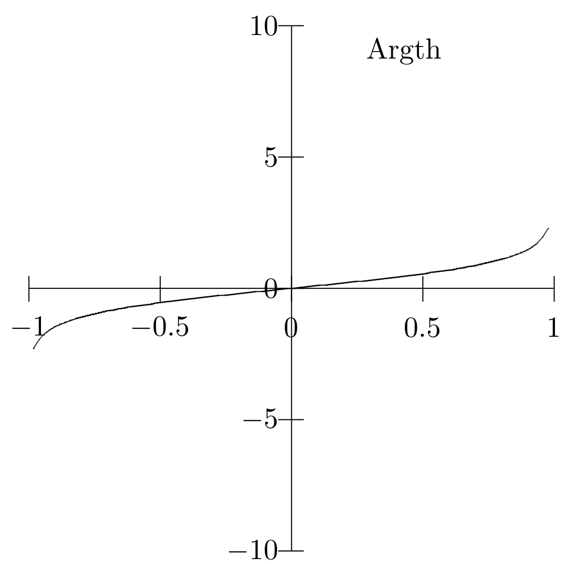
$\forall x \in \mathbb{R} \quad \text{th }' x = 1 - \tanh^2 x = \frac{1}{\text{ch }^2 x}$

Argument tangente hyperbolique

Pour tout $x \in]-1,1[$, Argth x est l'unique élément de $\mathbb{R}$ qui a pour tangente hyperbolique x:

$$\left\{ \begin{array}{lcl} y & = & \text{Argth } x \\ x & \in &]-1,1[\end{array} \right. \iff \left\{ \begin{array}{lcl} x & = & \tanh y \\ y & \in & \mathbb{R} \end{array} \right.$$

Argth est continue et strictement croissante sur $]-1,1[$, dérivable sur $]-1,1[$.



$\forall x \in]-1,1[\quad \text{Argth }'(x) = \frac{1}{1-x^2}$

$\forall x \in]-1,1[\quad \text{Argth } x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}$