

# THÈSE

présentée en vue de l'obtention du grade de

**DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE  
LORRAINE**

**Spécialité : Mécanique et Énergétique**

par

**Michel BERGMANN**

**OPTIMISATION AÉRODYNAMIQUE  
PAR RÉDUCTION DE MODÈLE POD ET CONTRÔLE OPTIMAL.  
APPLICATION AU SILLAGE LAMINAIRE D'UN CYLINDRE CIRCULAIRE.**

Direction de Thèse : Jean-Pierre Brancher - Laurent Cordier

Soutenance prévue le 17 Décembre 2004 devant la Commission d'Examen

EXEMPLAIRE PROVISOIRE

— JURY —

J.-P. BONNET	Directeur de Recherches CNRS, LEA, Poitiers	Examineur
A. BOTTARO	Professeur Université de Gènes, Environmental Engineering Department	Rapporteur
J.-P. BRANCHER	Professeur ENSEM - LEMTA, Nancy	Directeur de thèse
L. CORDIER	Maître de conférences EEIGM - LEMTA, Nancy	Co-directeur de thèse
P. LE QUÉRÉ	Directeur de Recherches CNRS, LIMSI, Orsay	Examineur
J.-E. WESFREID	Directeur de Recherches CNRS, PMMH-ESPCI, Paris	Rapporteur

— INVITÉ —

C.-H. BRUNEAU Professeur Université Bordeaux 1, MAB Examineur



*“Without an inexpensive method for reducing the cost of flow computations, it is unlikely that the solution of optimization problems involving the three dimensional, unsteady Navier-Stokes system will become routine.”*

*Max Gunzburger (2000).*



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Description et validation de l'outil numérique</b>	<b>11</b>
1.1 Modèle de Navier-Stokes . . . . .	11
1.2 Méthode de résolution numérique . . . . .	13
1.2.1 Discrétisation temporelle . . . . .	13
1.2.2 Discrétisation spatiale . . . . .	15
1.2.3 Précision de résolution . . . . .	17
1.3 Conditions aux limites . . . . .	19
1.3.1 Conditions aux limites standards en écoulement ouvert . . . . .	19
1.3.2 Condition aux limites de type non-réfléctif . . . . .	19
1.3.3 Validation des conditions aux limites de type non-réfléctif . . . . .	21
1.4 Simulations de l'écoulement autour d'un cylindre circulaire . . . . .	24
1.5 Validation du code de calcul . . . . .	27
1.5.1 Écoulement rampant : $Re \leq 4$ . . . . .	28
1.5.2 Écoulements stationnaires : $4 \leq Re < 49$ . . . . .	29
1.5.3 Écoulements instationnaires stables : $49 \leq Re < 190$ . . . . .	31
1.5.4 Écoulements instationnaires transitionnels : $190 \leq Re < 260$ . . . . .	32
1.5.5 Écoulements instationnaires faiblement turbulents : $Re > 260$ . . . . .	34
1.5.6 Écoulement de base stationnaire instable . . . . .	35
1.5.7 Récapitulation et comparaison . . . . .	36
<b>2 Estimation, contrôle optimal et contrôle robuste</b>	<b>41</b>
2.1 Introduction . . . . .	41
2.2 Contrôle d'écoulement et optimisation sous contraintes . . . . .	43
2.2.1 Formulation du problème . . . . .	43
2.2.2 Discussion sur la fonctionnelle objectif : régularisation du problème d'optimisation . . . . .	44
2.3 Contrôle linéaire par feedback dans l'espace des états . . . . .	45
2.3.1 Contexte de la théorie du contrôle linéaire . . . . .	46
2.3.2 Théorie du contrôle sur $\mathcal{H}_2$ . . . . .	47
2.3.3 Théorie du contrôle robuste sur $\mathcal{H}_\infty$ . . . . .	53
2.3.4 Application à l'équation de la chaleur . . . . .	55
2.4 Optimisation non linéaire . . . . .	57
2.4.1 Méthode des multiplicateurs de Lagrange . . . . .	58
2.4.2 Approche du gradient par les sensibilités . . . . .	61
2.4.3 Approche du gradient par l'équation adjointe . . . . .	62
2.4.4 Résolution numérique : commutativité des étapes de discrétisation et de différentiation . . . . .	63
2.5 Un problème modèle : l'équation de Burgers . . . . .	65
2.5.1 Définition du problème d'optimisation . . . . .	65
2.5.2 Résolution du problème d'optimisation . . . . .	66
2.5.3 Résultats numériques . . . . .	71

<b>3</b>	<b>Décomposition Orthogonale aux valeurs Propres</b>	<b>75</b>
3.1	Introduction	75
3.1.1	Un premier tour d'horizon	76
3.1.2	Structure cohérente, POD et contrôle de la turbulence	76
3.2	Méthode d'approximation	77
3.3	La Décomposition aux Valeurs Singulières (SVD)	79
3.3.1	Définition	79
3.3.2	Interprétations géométriques de la SVD	79
3.3.3	Liens entre SVD et problèmes aux valeurs propres	81
3.3.4	Approximation de rang minimum de $A$	82
3.3.5	Liens entre POD et SVD	82
3.4	La Décomposition Orthogonale aux valeurs Propres (POD)	83
3.4.1	L'équation de Fredholm	84
3.4.2	Propriétés des fonctions de bases POD	86
3.4.3	Optimalité de la base POD	87
3.4.4	Discussion sur la réduction de modèle	87
3.5	Les différentes approches	89
3.5.1	Choix des réalisations	89
3.5.2	Choix du produit scalaire	90
3.5.3	Méthode classique	91
3.5.4	Méthodes des snapshots	92
3.5.5	Propriétés communes des deux approches POD	94
3.5.6	Méthode des snapshots ou POD classique?	94
<b>4</b>	<b>Modèles d'Ordre Réduit basés sur la POD (POD ROM)</b>	<b>97</b>
4.1	Introduction	97
4.1.1	Motivations	97
4.1.2	Utilisation de modèles d'ordre réduit en optimisation	98
4.2	Projection de Galerkin	100
4.2.1	Généralités	100
4.2.2	Modèles d'ordre faibles basés sur la POD	101
4.2.3	Conditions aux limites	102
4.3	Application au cylindre	103
4.3.1	POD du cylindre stationnaire	104
4.3.2	Incorporation du contrôle dans le modèle POD	108
4.4	Intégration et stabilisation du modèle d'ordre faible	109
4.4.1	Intégration du système POD	109
4.4.2	Amélioration du système d'ordre faible	114
4.4.3	Conclusions	122
4.5	Etude des bifurcations bidimensionnelles par POD ROM	123
4.5.1	Introduction	123
4.5.2	Etude de stabilité de l'écoulement autour d'un cylindre circulaire en 2D	125
4.5.3	Etude de la première bifurcation	126
4.5.4	Etude de la seconde bifurcation	127
4.5.5	Conclusions	131
<b>5</b>	<b>Contrôle optimal d'un modèle réduit du sillage d'un cylindre circulaire</b>	<b>133</b>
5.1	Introduction	133
5.2	Modèle réduit du sillage d'un cylindre circulaire	135
5.3	Approche contrôle optimal	136
5.3.1	Système optimal réduit	136
5.3.2	Résolution du système optimal réduit	137
5.4	Loi de contrôle obtenue par le système réduit POD	139
5.4.1	Influence du contrôle sur la base POD	139
5.4.2	Fonctions de base POD généralisées	139
5.4.3	Résultats du contrôle optimal par système réduit POD	141
5.4.4	Réduction de traînée obtenue par les équations de Navier-Stokes	143

5.4.5	Discussion . . . . .	145
5.5	Conclusions . . . . .	147
<b>6</b>	<b>Optimisation par méthode adaptative et modèles réduits POD</b>	<b>149</b>
6.1	Introduction . . . . .	149
6.2	Fonction objectif . . . . .	150
6.3	Reconstruction du champ de pression par POD . . . . .	151
6.3.1	Détermination d'une base POD pour la pression . . . . .	151
6.3.2	Reconstruction du champ de pression par POD . . . . .	153
6.4	Reconstruction de la fonction objectif par POD . . . . .	156
6.4.1	Fonctions de base en champs fluctuants . . . . .	157
6.4.2	Fonctions de base avec champs moyens . . . . .	158
6.4.3	Fonctions de base avec modes de non-équilibre . . . . .	159
6.4.4	Résultats des différentes approches . . . . .	163
6.5	Méthode adaptative POD . . . . .	166
6.5.1	Processus de résolution . . . . .	166
6.5.2	Formulation contrôle optimal . . . . .	167
6.5.3	Résolution du système optimal . . . . .	169
6.6	Résultats de la méthode adaptative POD . . . . .	170
6.6.1	Résultats du processus d'optimisation adaptatif POD . . . . .	170
6.6.2	Restriction du domaine de validité du contrôle d'un modèle réduit POD . . . . .	171
6.7	Conclusions . . . . .	174
<b>7</b>	<b>Optimisation par méthodes à région de confiance et modèles réduits POD</b>	<b>181</b>
7.1	Introduction . . . . .	181
7.2	Méthodes à région de confiance . . . . .	182
7.2.1	Introduction . . . . .	182
7.2.2	Optimisation de fonctions modèles quadratiques . . . . .	182
7.2.3	Optimisation de fonctions modèles générales . . . . .	187
7.3	Méthodes à région de confiance et modèles réduits POD . . . . .	189
7.3.1	Généralités . . . . .	189
7.3.2	Utilisation de fonctions approchées basées sur des modèles réduits POD . . . . .	190
7.3.3	Résultats de convergence . . . . .	192
7.4	Application : réduction de traînée d'un cylindre circulaire . . . . .	193
7.4.1	Définitions des fonctions objectif et modèle . . . . .	193
7.4.2	Résultats numériques . . . . .	194
7.4.3	Observations . . . . .	194
7.5	Conclusions . . . . .	208
	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>211</b>
<b>A</b>	<b>Etude numérique du cylindre manipulé</b>	<b>215</b>
A.1	"Optimisation" par manipulation d'écoulement . . . . .	215
A.2	Synchronisation des fréquences de l'écoulement . . . . .	219
A.3	Existence d'une valeur optimale pour l'angle maximal de contrôle . . . . .	221
A.4	Cas test : $A=3$ . . . . .	222
<b>B</b>	<b>Stabilité des systèmes dynamiques</b>	<b>225</b>
B.1	Stabilité d'un point fixe . . . . .	225
B.2	Stabilité des solutions périodiques . . . . .	226
B.2.1	La matrice de Monodromie . . . . .	226
B.2.2	La section de Poincaré . . . . .	227
B.2.3	Calcul pratique de stabilité . . . . .	229

---

<b>C</b>	<b>Algorithmes d'optimisation non-linéaire sans contrainte</b>	<b>231</b>
C.1	Algorithmes à directions de descente . . . . .	232
C.1.1	La recherche linéaire . . . . .	233
C.1.2	Méthode du gradient . . . . .	235
C.1.3	Méthodes de gradient conjugué non linéaire . . . . .	235
C.1.4	Méthode de Newton . . . . .	238
C.1.5	Méthode de quasi-Newton . . . . .	238
C.2	Algorithmes sans calcul de gradient . . . . .	241
C.2.1	Méthodes du simplexe . . . . .	241
C.2.2	Méthodes de recherche multi-directionnelle . . . . .	242
C.3	Méthodes à régions de confiance . . . . .	243
C.3.1	Fonctions modèles quadratiques basées sur un gradient exact . . . . .	243
C.3.2	Fonctions modèles quadratiques basées sur un gradient inexact . . . . .	245
C.3.3	Fonctions modèles quelconques . . . . .	245
C.4	Algorithmes génétiques . . . . .	245
<b>D</b>	<b>Systèmes optimaux basés sur le modèle de Navier-Stokes</b>	<b>249</b>
D.1	Minimisation de la traînée . . . . .	250
D.1.1	Méthode des multiplicateurs de Lagrange . . . . .	251
D.1.2	Approche du gradient par les sensibilités . . . . .	256
D.1.3	Approche du gradient par l'équation adjointe . . . . .	257
D.2	Écoulement cible . . . . .	258
<b>E</b>	<b>Contrôle par rotation partielle du cylindre</b>	<b>261</b>
E.1	Généralités . . . . .	261
E.2	Contrôle amont défini par $\theta_c = 0^\circ$ (écoulement non contrôlé) . . . . .	265
E.3	Contrôle amont défini par $\theta_c = 30^\circ$ . . . . .	267
E.4	Contrôle amont défini par $\theta_c = 60^\circ$ . . . . .	269
E.5	Contrôle amont défini par $\theta_c = 90^\circ$ . . . . .	271
E.6	Contrôle amont défini par $\theta_c = 120^\circ$ . . . . .	273
E.7	Contrôle amont défini par $\theta_c = 150^\circ$ . . . . .	275
E.8	Contrôle amont défini par $\theta_c = 180^\circ$ . . . . .	277
E.9	Récapitulatif . . . . .	279
	<b>Bibliographie</b>	<b>280</b>



# Table des figures

1	Schéma de principe du contrôle actif en boucle fermée. . . . .	2
2	Représentation schématique d'un problème d'optimisation dans l'espace des paramètres de contrôle. . . . .	5
3	Représentation schématique de l'optimisation par méthode adaptative et région de confiance. . . . .	6
4	Représentation schématique de notre configuration d'écoulement contrôlé modèle. . . . .	7
1.1	Écoulement de sillage autour d'un cylindre circulaire. Représentation schématique de la configuration simulée numériquement. . . . .	12
1.2	Représentation en coordonnées logarithmiques des erreurs spatiale et temporelle pour le cas du tourbillon de Green-Taylor. . . . .	18
1.3	Domaine de calcul pour l'écoulement de couche de mélange. . . . .	22
1.4	Maillage utilisé pour la simulation de l'écoulement de couche de mélange. . . . .	22
1.5	Evolution temporelle de la composante $u$ de la vitesse en deux points caractéristiques $P_1$ et $P_2$ de la couche de mélange. . . . .	23
1.6	Evolution temporelle de la composante $v$ de la vitesse en deux points caractéristiques $P_1$ et $P_2$ de la couche de mélange. . . . .	24
1.7	Evolution temporelle du coefficient de pression en deux points caractéristiques $P_1$ et $P_2$ de la couche de mélange. . . . .	24
1.8	Isovaleurs de la vorticité $\omega_z$ à $t = 100$ pour les simulations numériques $A$ et $B$ . Écoulement de couche de mélange. . . . .	25
1.9	Superposition du champ de vitesse et des isovaleurs de la vorticité $\omega_z$ à $t = 100$ . Écoulement de couche de mélange. . . . .	25
1.10	Isobares à $t = 80$ pour les simulations numériques $A$ et $B$ . Écoulement de couche de mélange. . . . .	26
1.11	Gros plan sur la frontière de sortie du domaine des isobares obtenues à $t = 80$ pour les simulations numériques $A$ et $B$ . Écoulement de couche de mélange. . . . .	26
1.12	Maillage en éléments finis de type Delaunay autour d'un cylindre circulaire. . . . .	28
1.13	Lignes de courant et isovaleurs de $\omega_z$ obtenus à $t = 1000$ pour $Re = 4$ . Écoulement autour d'un cylindre circulaire. . . . .	29
1.14	Lignes de courant autour d'un cylindre circulaire pour $Re = 20$ . . . . .	29
1.15	Lignes de courant autour d'un cylindre circulaire pour $Re = 40$ . . . . .	29
1.16	Répartition du coefficient de pression sur la frontière du cylindre pour $Re = 20$ et $Re = 40$ . L'angle $\theta$ est initialisé au point d'arrêt amont. . . . .	30
1.17	Evolution temporelle de la longueur de la zone de recirculation pour $Re = 20$ et $Re = 40$ . Écoulement autour d'un cylindre circulaire. . . . .	30
1.18	Evolution temporelle de l'angle de décollement pour $Re = 20$ et $Re = 40$ . Écoulement autour d'un cylindre circulaire. . . . .	30
1.19	Isobares et isovaleurs de $\omega_z$ obtenus à $t = 100$ pour $Re = 100$ . Écoulement autour d'un cylindre circulaire. . . . .	31
1.20	Evolution temporelle des coefficients de traînée $\dots$ et de portance $-$ pour $Re = 100$ . . . . .	32
1.21	Spectres de puissance de la traînée $\dots$ et de la portance $-$ pour $Re = 100$ . . . . .	32
1.22	Isobares et isovaleurs de $\omega_z$ à $t = 100$ pour $Re = 200$ . Écoulement autour d'un cylindre circulaire. . . . .	33
1.23	Evolution temporelle des coefficients de traînée $\dots$ et de portance $-$ pour $Re = 200$ . . . . .	33
1.24	Spectres de puissance de la traînée $\dots$ et de la portance $-$ pour $Re = 200$ . . . . .	33
1.25	Isobares et isovaleurs de $\omega_z$ obtenus à $t = 100$ pour $Re = 1000$ . Écoulement autour d'un cylindre circulaire. . . . .	34
1.26	Evolution temporelle des coefficients de traînée $\dots$ et de portance $-$ pour $Re = 1000$ . . . . .	35

1.27	Spectres de puissance de la traînée ... et de la portance – pour $Re = 1000$ . . . . .	35
1.28	Représentations en isovorticité et en lignes de courant pour l'écoulement de base stationnaire instable à $Re = 200$ . . . . .	36
1.29	Evolution du coefficient de traînée moyen en fonction du nombre de Reynolds. Comparaison entre l'écoulement naturel et l'écoulement de base stationnaire instable. . . . .	37
1.30	Evolution temporelle du coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds. . . . .	38
1.31	Evolution temporelle du coefficient de portance en fonction du nombre de Reynolds. . . . .	38
1.32	Variation du nombre de Strouhal naturel $St_n$ en fonction du nombre de Reynolds. Comparaison avec des résultats de référence issus de la littérature. . . . .	39
1.33	Variation du coefficient de traînée moyen $C_D$ en fonction du nombre de Reynolds. Comparaison avec des résultats de référence issus de la littérature. . . . .	39
2.1	Diagramme bloc illustrant le contexte général de la théorie du contrôle linéaire. . . . .	46
2.2	Diagramme bloc illustrant la méthode de contrôle optimal LQR. . . . .	49
2.3	Diagramme bloc illustrant le filtre de Kalman-Bucy. . . . .	52
2.4	Représentation en coordonnées espace-temps du profil de la consigne $\hat{u}(x, t)$ à atteindre. Equation de la chaleur. . . . .	57
2.5	Représentation en coordonnées espace-temps du profil $u(x, t)$ obtenu pour $\Phi = 0$ . Equation de la chaleur. . . . .	57
2.6	Représentation en coordonnées espace-temps du profil optimal $u_{opt}(x, t)$ . Equation de la chaleur. . . . .	57
2.7	Représentation en coordonnées espace-temps du contrôle distribué optimal $\Phi_{opt}(x, t)$ . Equation de la chaleur. . . . .	57
2.8	Représentation schématique des différentes approches de résolution du système optimal. Discussion de la commutativité des étapes de discrétisation et de différentiation. . . . .	64
2.9	Système optimal de l'équation de Burgers obtenu par l'approche différentiation discrétisation. . . . .	70
2.10	Résultats du contrôle distribué de l'équation de Burgers. . . . .	72
2.11	Evolution en fonction du nombre d'itérations de la fonctionnelle objectif $\mathcal{J}$ . Equation de Burgers. . . . .	72
2.12	Représentation en coordonnées espace-temps du profil de la consigne $u_0(x)$ à atteindre. Equation de Burgers. . . . .	73
2.13	Représentation en coordonnées espace-temps du profil $u(x, t)$ obtenu pour $\Phi = 0$ . Equation de Burgers. . . . .	73
2.14	Représentation en coordonnées espace-temps du profil optimal $u_{opt}(x, t)$ . Equation de Burgers. . . . .	73
2.15	Représentation en coordonnées espace-temps du contrôle distribué optimal $\Phi_{opt}(x, t)$ . Equation de Burgers. . . . .	73
3.1	Interprétation géométrique de la SVD d'une matrice $A$ : image par $A$ de la sphère unité. . . . .	80
3.2	Interprétation géométrique de la SVD d'une matrice $A$ : rotation de l'espace des phases. . . . .	80
3.3	Représentation schématique de POD classique. . . . .	91
3.4	Représentation schématique de la méthode des snapshots. . . . .	93
4.1	Algorithme d'optimisation basé sur des modèles réduits. . . . .	99
4.2	Représentation de la fonction spatiale $c(x)$ associée aux conditions aux limites instationnaires contrôlées. . . . .	101
4.3	Valeurs propres de la matrice de corrélations temporelles dans le cas du cylindre non contrôlé ( $\gamma = 0$ ). . . . .	105
4.4	Isovaleurs de la norme des 6 premiers modes propres POD en écoulement non contrôlé ( $\gamma = 0$ ). — $a_1$ et $a_2$ , — — — $a_3$ et $a_4$ , $\dots$ $a_5$ et $a_6$ . . . . .	106
4.5	Evolution temporelle des 6 premiers coefficients de projection en écoulement non contrôlé ( $\gamma = 0$ ). — $a_1$ et $a_2$ , — — — $a_3$ et $a_4$ , $\dots$ $a_5$ et $a_6$ . . . . .	107
4.6	Isovaleurs de la norme des 6 premiers modes propres POD en écoulement contrôlé: $\gamma(t) = A \sin(2\pi St_f t)$ avec $A = 2$ et $St_f = 0,5$ . . . . .	110
4.7	Énergie cinétique relative en fonction du nombre de modes POD retenus. . . . .	111
4.8	Énergie cinétique relative en fonction du nombre de modes POD retenus (zoom). . . . .	111
4.9	Evolution temporelle de l'erreur en norme $\mathcal{L}_2$ entre les coefficients de prédiction $a_n(t)$ et les coefficients temporels "exacts" $a_n^*(t)$ . . . . .	112
4.10	Evolution de l'erreur totale en fonction du pas de temps d'intégration du système POD ROM. . . . .	112
4.11	Evolution de l'erreur totale en fonction du temps nécessaire à l'intégration du système POD ROM. . . . .	113

4.12	Evolution du temps nécessaire à l'intégration du système POD ROM en fonction du pas de temps. . . . .	113
4.13	Comparaison de l'évolution temporelle des 6 premiers modes propres projetés (—) et prédits (---). . . . .	113
4.14	Comparaison du contenu énergétique de chaque mode POD estimé respectivement avec les coefficients de projection (POD) et les coefficients de prédiction (POD ROM). . . . .	114
4.15	Erreur en norme infinie du contenu énergétique de chaque mode POD. . . . .	114
4.16	Spectre énergétique et échelle de coupure POD. . . . .	116
4.17	Evolution de la fonctionnelle coût au cours du processus d'optimisation. . . . .	119
4.18	Valeurs des viscosités tourbillonnaires à ajouter dans le cas $\alpha_i = Cste_i$ . . . . .	120
4.19	Evolution temporelle des viscosités tourbillonnaires optimales ajoutées sur les 6 premiers modes POD pour $\alpha_i = f_i(t)$ . . . . .	120
4.20	Evolution temporelle des 6 premiers modes propres projetés et prédits avec $\alpha_i = Cste_i$ . . . . .	120
4.21	Evolution temporelle des 6 premiers modes propres projetés et prédits avec $\alpha_i = f_i(t)$ . . . . .	120
4.22	Contenu énergétique de chaque mode POD. Estimation avec ajout et sans ajout ( $\alpha_i = 0$ ) de viscosités tourbillonnaires. . . . .	121
4.23	Erreur en norme infinie du contenu énergétique de chaque mode POD. Estimation avec et sans ajout de viscosités tourbillonnaires. . . . .	121
4.24	Evolution temporelle de l'erreur commise sur la reconstruction des champs de vitesse par POD ROM pour différentes viscosités $\alpha_i$ en comparaison de ceux déterminés par le modèle de Navier-Stokes. . . . .	122
4.25	Portraits de phase des 6 premiers coefficients temporels $a_n$ sur 18 unités de temps pour $\alpha_i = 0$ . $\diamond$ modes DNS; — modes POD. Cylindre stationnaire. . . . .	123
4.26	Portraits de phase des 6 premiers coefficients temporels $a_n$ sur 18 unités de temps pour $\alpha_i = Cste_i$ . $\diamond$ modes DNS; — modes POD. Cylindre stationnaire. . . . .	124
4.27	Portraits de phase des 6 premiers coefficients temporels $a_n$ sur 18 unités de temps pour $\alpha_i = f_i(t)$ . $\diamond$ modes DNS; — modes POD. Cylindre stationnaire. . . . .	124
4.28	Portraits de phase des 6 premiers coefficients temporels $a_n$ sur 18 unités de temps. $\diamond$ modes DNS; — modes POD. A gauche $\alpha_i = 0$ , au centre $\alpha_i = Cste_i$ et à droite $\alpha_i = f_i(t)$ . Cylindre stationnaire. . . . .	125
4.29	Lieu géométrique des valeurs propres du Jacobien du système POD pour $Re = 40$ , $Re = 45$ et $Re = 47$ . . . . .	127
4.30	Evolution de la valeur propre du Jacobien de plus grande partie réelle en fonction du nombre de Reynolds et détermination du nombre de Reynolds critique. . . . .	128
4.31	Evolution du nombre de Strouhal en fonction du taux d'amplification de la perturbation pour $Re = 40$ , $Re = 45$ et $Re = 47$ et détermination du nombre de Strouhal de la solution périodique. . . . .	128
4.32	Lieu géométrique des valeurs propres de la matrice de Floquet du système POD pour $Re = 100$ (carrés blancs), $Re = 150$ (ronds gris) et $Re = 180$ (losanges noirs). . . . .	129
4.33	Zoom sur le lieu géométrique de la valeur propre de plus grand module de la matrice de Floquet pour le système POD, obtenue pour $Re = 100$ , $Re = 150$ et $Re = 180$ . . . . .	130
4.34	Evolution de la valeur propre de la matrice de Floquet de plus grand module en fonction du nombre de Reynolds et détermination du nombre de Reynolds critique. . . . .	130
5.1	Représentation schématique de la méthode d'optimisation POD en boucle ouverte. . . . .	134
5.2	Représentation schématique du processus d'optimisation. . . . .	138
5.3	Excitation temporelle $\gamma_e$ imposée au cylindre. . . . .	140
5.4	Densité spectrale de puissance de l'excitation temporelle $\gamma_e$ . . . . .	140
5.5	Comparaison des spectres de valeurs propres pour l'écoulement non contrôlé ( $\gamma = 0$ ) et pour l'écoulement manipulé ( $\gamma = \gamma_e$ ). . . . .	140
5.6	Comparaison du contenu informationnel relatif pour l'écoulement non contrôlé ( $\gamma = 0$ ) et pour l'écoulement manipulé ( $\gamma = \gamma_e$ ). . . . .	140
5.7	Isovaleurs de la norme euclidienne des 6 premiers modes POD obtenus pour $\gamma(t) = \gamma_e(t)$ . . . . .	141
5.8	Evolution temporelle des 6 premiers coefficients de prédiction pour $\gamma(t) = \gamma_e(t)$ : — $a_1$ et $a_2$ , --- $a_3$ et $\cdots a_4$ , $a_5$ et $a_6$ . . . . .	142
5.9	Evolution temporelle des 6 premiers coefficients de prédiction pour $\gamma(t) = \gamma_{opt}(t)$ : — $a_1$ et $a_2$ , --- $a_3$ et $\cdots a_4$ , $a_5$ et $a_6$ . . . . .	142
5.10	Evolution des valeurs de la fonction objectif $\mathcal{J}$ . . . . .	143

5.11	Evolution temporelle de l'instationnarité du sillage. Comparaison solution initiale ( $\gamma = \gamma_e$ ) et solution convergée ( $\gamma = \gamma_{opt}$ ) du processus d'optimisation sur le modèle réduit. . . . .	143
5.12	Evolution temporelle de la loi de contrôle $\gamma_{opt}$ . . . . .	143
5.13	Densité spectrale de puissance de la loi de contrôle $\gamma_{opt}$ . . . . .	143
5.14	Comparaison de l'évolution temporelle des coefficients de traînée dans le cas non contrôlé (traits pleins) et dans le cas où le contrôle optimal est appliqué (pointillés). . . . .	144
5.15	Comparaison de l'évolution temporelle des coefficients de portance dans le cas non contrôlé (traits pleins) et dans le cas où le contrôle optimal est appliqué (pointillés). . . . .	144
5.16	Courbes polaires : évolution du coefficient de traînée en fonction du coefficient de portance. Le cycle haut correspond au cas non contrôlé et le cycle du bas correspond au cas où le contrôle optimal est appliqué. . . . .	144
5.17	Spectres de puissance de la traînée $\dots$ et de la portance – pour l'écoulement contrôlé. . . . .	144
5.18	Iso-vorticités pour l'écoulement non contrôlé (a) et contrôlé (b) à $t = 150$ . . . . .	146
6.1	Evolution temporelle des coefficients de traînée. Cylindre stationnaire. . . . .	152
6.2	Evolution temporelle des coefficients de traînée. Cylindre manipulé : $A = 2$ et $St = 0,5$ . . . . .	152
6.3	Isovaleurs des 6 premiers modes propres de pression en écoulement non contrôlé ( $\gamma = 0$ ). . . . .	153
6.4	Isovaleurs des composantes $u$ et $p$ de la fonction de contrôle. . . . .	154
6.5	Evolution temporelle de l'erreur entre les champs de vitesse POD et NS : — projection et — — — prédiction. Cylindre stationnaire. . . . .	155
6.6	Evolution temporelle de l'erreur entre les champs de pression POD et NS : — projection et — — — prédiction. Cylindre stationnaire. . . . .	155
6.7	Evolution temporelle de l'erreur entre les champs de vitesse POD et NS : — projection et — — — prédiction. $A = 2$ et $St = 0,5$ . . . . .	155
6.8	Evolution temporelle de l'erreur entre les champs de pression POD et NS : — projection et — — — prédiction. $A = 2$ et $St = 0,5$ . . . . .	155
6.9	Représentation schématique d'une transition de dynamique par utilisation d'un mode moyen de non-équilibre. Pour des raisons de clarté, l'espace physique est réduit à trois directions : une direction pour l'écoulement moyen et deux directions pour les champs fluctuants. . . . .	161
6.10	Représentation de modes de non-équilibre. . . . .	162
6.11	Evolution temporelle des coefficients de traînée : $\square$ réel (NS), — projeté (POD) et — — — prédit (POD). Cylindre stationnaire. . . . .	164
6.12	Evolution temporelle de l'erreur absolue entre les coefficients de traînée POD et NS : — projeté et — — — prédit. Cylindre stationnaire. . . . .	164
6.13	Evolution temporelle des coefficients de traînée : $\square$ réel (NS), — projeté (POD) et — — — prédit (POD). Cylindre contrôlé. . . . .	164
6.14	Evolution temporelle de l'erreur absolue entre les coefficients de traînée POD et NS : — projeté et — — — prédit. Cylindre contrôlé. . . . .	164
6.15	Représentation de la fonction objectif réelle et des trois fonctions objectif modèles représentatives de la moyenne du coefficient de traînée. . . . .	165
6.16	Représentation schématique de la méthode d'optimisation adaptative POD en boucle fermée. . . . .	167
6.17	Représentation schématique du processus de résolution du système optimal d'ordre réduit. . . . .	171
6.18	Représentation de la fonction objectif réelle (gauche) et de la fonction objectif modèle (droite) dans trois intervalles différents. . . . .	173
6.19	Evolution des paramètres de contrôle dans le plan $(A, St)$ . Conditions initiales : $A = 1,0$ et $St = 0,2$ . . . . .	174
6.20	Evolution de la fonction objectif en fonction du nombre d'itérations. Conditions initiales : $A = 1,0$ et $St = 0,2$ . . . . .	174
6.21	Evolution de l'amplitude en fonction du nombre d'itérations. Conditions initiales : $A = 1,0$ et $St = 0,2$ . . . . .	175
6.22	Evolution du nombre de Strouhal en fonction du nombre d'itérations. Conditions initiales : $A = 1,0$ et $St = 0,2$ . . . . .	175
6.23	Evolution des paramètres de contrôle dans le plan $(A, St)$ . Conditions initiales : $A = 1,0$ et $St = 1,0$ . . . . .	176
6.24	Evolution de la fonction objectif en fonction du nombre d'itérations. Conditions initiales : $A = 1,0$ et $St = 1,0$ . . . . .	176

6.25	Evolution de l'amplitude en fonction du nombre d'itérations. Conditions initiales: $A = 1,0$ et $St = 1,0$ .	176
6.26	Evolution du nombre de Strouhal en fonction du nombre d'itérations. Conditions initiales: $A = 1,0$ et $St = 1,0$ .	176
6.27	Evolution des paramètres de contrôle dans le plan $(A, St)$ . Conditions initiales: $A = 6,0$ et $St = 0,2$ .	177
6.28	Evolution de la fonction objectif en fonction du nombre d'itérations. Conditions initiales: $A = 6,0$ et $St = 0,2$ .	177
6.29	Evolution de l'amplitude en fonction du nombre d'itérations. Conditions initiales: $A = 6,0$ et $St = 0,2$ .	178
6.30	Evolution du nombre de Strouhal en fonction du nombre d'itérations. Conditions initiales: $A = 6,0$ et $St = 0,2$ .	178
6.31	Evolution des paramètres de contrôle dans le plan $(A, St)$ . Conditions initiales: $A = 6,0$ et $St = 1,0$ .	179
6.32	Evolution de la fonction objectif en fonction du nombre d'itérations. Conditions initiales: $A = 6,0$ et $St = 1,0$ .	179
6.33	Evolution de l'amplitude en fonction du nombre d'itérations. Conditions initiales: $A = 6,0$ et $St = 1,0$ .	179
6.34	Evolution du nombre de Strouhal en fonction du nombre d'itérations. Conditions initiales: $A = 6,0$ et $St = 1,0$ .	179
7.1	Evolution des paramètres de contrôle dans le plan $(A, St)$ . Conditions initiales: $A = 1,0$ et $St = 0,2$ .	195
7.2	Evolution de la fonction objectif en fonction du nombre d'itérations. Conditions initiales: $A = 1,0$ et $St = 0,2$ .	195
7.3	Evolution de l'amplitude en fonction du nombre d'itérations. Conditions initiales: $A = 1,0$ et $St = 0,2$ .	196
7.4	Evolution du nombre de Strouhal en fonction du nombre d'itérations. Conditions initiales: $A = 1,0$ et $St = 0,2$ .	196
7.5	Evolution des paramètres de contrôle dans le plan $(A, St)$ . Conditions initiales: $A = 1,0$ et $St = 1,0$ .	197
7.6	Evolution de la fonction objectif en fonction du nombre d'itérations. Conditions initiales: $A = 1,0$ et $St = 1,0$ .	197
7.7	Evolution de l'amplitude en fonction du nombre d'itérations. Conditions initiales: $A = 1,0$ et $St = 1,0$ .	197
7.8	Evolution du nombre de Strouhal en fonction du nombre d'itérations. Conditions initiales: $A = 1,0$ et $St = 1,0$ .	197
7.9	Evolution des paramètres de contrôle dans le plan $(A, St)$ . Conditions initiales: $A = 6,0$ et $St = 0,2$ .	198
7.10	Evolution de la fonction objectif en fonction du nombre d'itérations. Conditions initiales: $A = 6,0$ et $St = 0,2$ .	198
7.11	Evolution de l'amplitude en fonction du nombre d'itérations. Conditions initiales: $A = 6,0$ et $St = 0,2$ .	199
7.12	Evolution du nombre de Strouhal en fonction du nombre d'itérations. Conditions initiales: $A = 6,0$ et $St = 0,2$ .	199
7.13	Evolution des paramètres de contrôle dans le plan $(A, St)$ . Conditions initiales: $A = 6,0$ et $St = 1,0$ .	200
7.14	Evolution de la fonction objectif en fonction du nombre d'itérations. Conditions initiales: $A = 6,0$ et $St = 1,0$ .	200
7.15	Evolution de l'amplitude en fonction du nombre d'itérations. Conditions initiales: $A = 6,0$ et $St = 1,0$ .	200
7.16	Evolution du nombre de Strouhal en fonction du nombre d'itérations. Conditions initiales: $A = 6,0$ et $St = 1,0$ .	200
7.17	Comparaison de l'évolution temporelle des coefficients de traînée dans le cas non contrôlé, dans le cas où le contrôle optimal est appliqué, et pour l'écoulement de base stationnaire instable.	201
7.18	Comparaison de l'évolution temporelle des coefficients de portance dans le cas non contrôlé, dans le cas où le contrôle optimal est appliqué, et pour l'écoulement de base stationnaire instable.	201

7.19	Courbes polaires : évolution du coefficient de traînée en fonction du coefficient de portance. Le cycle haut correspond au cas non contrôlé et le cycle du bas correspond au cas où le contrôle optimal est appliqué. . . . .	201
7.20	Spectres de puissance du coefficient de traînée $\cdots$ et du coefficient de portance – pour l'écoulement contrôlé. . . . .	201
7.21	Représentation des iso-contours de vorticité pour un écoulement non contrôlé, pour un écoulement contrôlé avec les paramètres de contrôle optimaux $A = 4,25$ et $St = 0,738$ et pour l'écoulement de base stationnaire instable. . . . .	202
7.22	Comparaison des valeurs de la composante $u$ de vitesse à différentes abscisses situées dans le sillage du cylindre. �coulement naturel (---), écoulement forcée par les paramètres de contrôle optimaux (—) et écoulement de base stationnaire instable ( $\diamond$ ). . . . .	204
7.23	Représentation des valeurs de la composante de vitesse $u$ � différentes abscisses $x$ pour un écoulement non contrôlé, pour un écoulement contrôlé avec les paramètres de contrôle optimaux $A = 4,25$ et $St = 0,738$ et pour l'écoulement de base stationnaire instable. . . . .	205
7.24	Représentation des lignes de courant et évolution temporelle des coefficients de portance ( $C_L$ ), de traînée ( $C_D$ ) et de la loi de contrôle ( $\gamma$ ) pendant une période de l'écoulement contrôlé ( $\gamma(t) = A \sin(2\pi Stt)$ avec $A = 4,25$ et $St = 0,738$ ). . . . .	206
7.25	Représentation des iso-contours de vorticité ( $-20; 20$ ) et évolution temporelle des coefficients de portance ( $C_L$ ), de traînée ( $C_D$ ) et de la loi de contrôle ( $\gamma$ ) pendant une période de l'écoulement contrôlé ( $\gamma(t) = A \sin(2\pi Stt)$ avec $A = 4,25$ et $St = 0,738$ ). . . . .	207
7.26	Représentation des isobares et évolution temporelle des coefficients de portance ( $C_L$ ), de traînée ( $C_D$ ) et de la loi de contrôle ( $\gamma$ ) pendant une période de l'écoulement contrôlé ( $\gamma(t) = A \sin(2\pi Stt)$ avec $A = 4,25$ et $St = 0,738$ ). . . . .	208
A.1	Isovaleurs du coefficient de traînée moyen en fonction de l'amplitude et de la fréquence de forçage. 216	
A.2	Isovaleurs de la contribution de pression du coefficient de traînée moyen en fonction de l'amplitude et de la fréquence de forçage. . . . .	217
A.3	Isovaleurs de la contribution visqueuse du coefficient de traînée moyen en fonction de l'amplitude et de la fréquence de forçage. . . . .	218
A.4	écoulements "lock-on" $\blacksquare$ et "no lock-on" $\square$ en fonction de l'amplitude $A$ et du nombre de Strouhal $St_f$ de forçage. . . . .	219
A.5	Bande fondamentale "lock-on" et iso-contours de vorticité $\omega_z$ dans le sillage proche. . . . .	220
A.6	Evolution des spectres de puissance du coefficient de portance pour $A = 3$ et trois valeurs croissantes du nombre de Strouhal de forçage comprises en dehors de la zone de "lock-on". . . . .	220
A.7	Evolution pour différents nombres de Strouhal du coefficient de traînée moyen en fonction de l'angle maximal de rotation. . . . .	221
A.8	Angle maximal optimal de rotation en fonction du nombre de Strouhal. . . . .	221
A.9	Evolution du coefficient de traînée moyen en fonction du nombre de Strouhal. . . . .	222
A.10	Superposition des isovaleurs du coefficient de traînée moyen en fonction de l'amplitude et de la fréquence de forçage avec les courbes de dépendance optimale des paramètres de contrôle (ligne rouge) et la forme linéaire prédite (ligne noire). . . . .	222
A.11	Iso omega z. $T = 200$ ; $\Delta t = 0,01$ . . . . .	223
B.1	Base de la théorie de Floquet. Cycle limite et trajectoire perturbée. . . . .	228
B.2	Différents croisements du cercle unité par les valeurs propres de la matrice de Floquet. . . . .	228
B.3	Bifurcation de Hopf super-critique. . . . .	229
B.4	Bifurcation de Hopf sous-critique. . . . .	229
B.5	Section de Poincaré d'une solution périodique. Cycle limite. . . . .	229
B.6	Section de Poincaré d'une solution non périodique. . . . .	229
C.1	Isovaleurs de la fonction de Rosenbrock banana. Le point de départ des algorithmes déterministes est $(x; y) = (-1; 1)$ et le minimum est localisé au point $(x; y) = (1; 1)$ . . . . .	232
C.2	Algorithme du gradient à pas optimal appliqué à la fonction Rosenbrock. . . . .	235
C.3	Algorithme du gradient à pas d'Armijo appliqué à la fonction Rosenbrock. . . . .	235
C.4	Algorithme du gradient conjugué de Fletcher-Reeves à pas optimal appliqué à la fonction Rosenbrock. . . . .	236

C.5	Algorithme du gradient conjugué de Fletcher-Reeves à pas d'Armijo appliqué à la fonction Rosenbrock. . . . .	236
C.6	Algorithme du gradient conjugué de Polack-Ribière à pas optimal appliqué à la fonction Rosenbrock. . . . .	237
C.7	Algorithme du gradient conjugué de Polack-Ribière à pas d'Armijo appliqué à la fonction Rosenbrock. . . . .	237
C.8	Algorithme du gradient conjugué de Hestenes-Stiefel à pas optimal appliqué à la fonction Rosenbrock. . . . .	237
C.9	Algorithme du gradient conjugué de Hestenes-Stiefel à pas d'Armijo appliqué à la fonction Rosenbrock. . . . .	237
C.10	Algorithme de Newton à pas optimal appliqué à la fonction Rosenbrock. . . . .	238
C.11	Algorithme de Newton à pas d'Armijo appliqué à la fonction Rosenbrock. . . . .	238
C.12	Algorithme de quasi-Newton BFGS à pas optimal appliqué à la fonction Rosenbrock. . . . .	239
C.13	Algorithme de quasi-Newton BFGS à pas d'Armijo appliqué à la fonction Rosenbrock. . . . .	239
C.14	Algorithme de quasi-Newton DFP à pas optimal appliqué à la fonction Rosenbrock. . . . .	240
C.15	Algorithme de quasi-Newton DFP à pas d'Armijo appliqué à la fonction Rosenbrock. . . . .	240
C.16	Algorithme de quasi-Newton SR1 à pas optimal appliqué à la fonction Rosenbrock. . . . .	240
C.17	Algorithme de quasi-Newton SR1 à pas d'Armijo appliqué à la fonction Rosenbrock. . . . .	240
C.18	Algorithme du simplexe de Nelder et Mead appliqué à la fonction Rosenbrock. . . . .	242
C.19	Algorithme de recherche multi-directionnelle appliqué à la fonction Rosenbrock. . . . .	243
C.20	Algorithme à régions de confiance basé sur un gradient et un hessien exact appliqué à la fonction de Rosenbrock. . . . .	245
C.21	Algorithme à régions de confiance basé sur un gradient exact et un hessien BFGS appliqué à la fonction de Rosenbrock. . . . .	245
C.22	Evolution d'un algorithme génétique appliqué à la fonction de Rosenbrock. . . . .	247
C.23	Influence du nombre d'individus présents dans la population initiale d'un algorithme génétique. 248	
E.1	Représentation de l'abscisse curviligne du cylindre définie par l'angle $\theta$ . . . . .	262
E.2	Répartition du coefficient de traînée moyen sur le cylindre pour $Re = 200$ . — $\widetilde{C}_D, \dots \widetilde{C}_D^\nu$ et — — — $\widetilde{C}_D^p$ . . . . .	263
E.3	Répartition de la différence des coefficients de traînée moyen sur le cylindre entre le cas non contrôlé ( $\gamma = 0$ ) et le cas où le contrôle optimal est appliqué ( $\gamma = \gamma_{opt}$ ). . . . .	263
E.4	Configuration de contrôle: partie amont contrôlée ( $\gamma = \gamma_{opt}$ ) et partie aval non contrôlée ( $\gamma = 0$ ). . . . .	264
E.5	Répartition du coefficient de traînée moyen sur le cylindre pour $\theta_c = 0^\circ$ (écoulement non contrôlé). — $\widetilde{C}_D, \dots \widetilde{C}_D^\nu$ et — — — $\widetilde{C}_D^p$ . . . . .	265
E.6	Evolution temporelle du coefficient de traînée pour un écoulement non contrôlé. . . . .	265
E.7	Evolution temporelle du coefficient de portance pour un écoulement non contrôlé. . . . .	265
E.8	Spectres de puissance des coefficients aérodynamiques dans le cas contrôlé avec $\theta_c = 0^\circ$ . Traits pleins: traînée, traits discontinus: portance. . . . .	266
E.9	Courbe polaire: coefficient de traînée en fonction du coefficient de portance dans le cas contrôlé $\theta_c = 0^\circ$ . . . . .	266
E.10	Iso-contours de vorticités $\omega_z$ et isobares pour l'écoulement contrôlé avec $\theta_c = 0^\circ$ à $t = 150$ . . . . .	266
E.11	Répartition du coefficient de traînée moyen sur le cylindre pour $\theta_c = 30^\circ$ . — $\widetilde{C}_D, \dots \widetilde{C}_D^\nu$ et — — — $\widetilde{C}_D^p$ . . . . .	267
E.12	Comparaison de l'évolution temporelle de la traînée dans le cas non contrôlé (traits discontinus) et dans le cas contrôlé $\theta_c = 30^\circ$ (traits pleins). . . . .	267
E.13	Comparaison de l'évolution temporelle de la portance dans le cas non contrôlé (traits discontinus) et dans le cas contrôlé $\theta_c = 30^\circ$ (traits pleins). . . . .	267
E.14	Spectres de puissance des coefficients aérodynamiques dans le cas contrôlé avec $\theta_c = 30^\circ$ . Traits pleins: traînée, traits discontinus: portance. . . . .	268
E.15	Courbe polaire: coefficient de traînée en fonction du coefficient de portance dans le cas contrôlé $\theta_c = 30^\circ$ . . . . .	268
E.16	Iso-contours de vorticités $\omega_z$ et isobares pour l'écoulement contrôlé avec $\theta_c = 30^\circ$ à $t = 150$ . . . . .	268
E.17	Répartition du coefficient de traînée moyen sur le cylindre pour $\theta_c = 60^\circ$ . — $\widetilde{C}_D, \dots \widetilde{C}_D^\nu$ et — — — $\widetilde{C}_D^p$ . . . . .	269

E.18	Comparaison de l'évolution temporelle de la traînée dans le cas non contrôlé (traits discontinus) et dans le cas contrôlé $\theta_c = 60^\circ$ (traits pleins).	269
E.19	Comparaison de l'évolution temporelle de la portance dans le cas non contrôlé (traits discontinus) et dans le cas contrôlé $\theta_c = 60^\circ$ (traits pleins).	269
E.20	Spectres de puissance des coefficients aérodynamiques dans le cas contrôlé avec $\theta_c = 60^\circ$ . Traits pleins: traînée, traits discontinus: portance.	270
E.21	Courbe polaire: coefficient de traînée en fonction du coefficient de portance dans le cas contrôlé $\theta_c = 60^\circ$ .	270
E.22	Iso-contours de vorticités $\omega_z$ et isobares pour l'écoulement contrôlé avec $\theta_c = 60^\circ$ à $t = 150$ .	270
E.23	Répartition du coefficient de traînée moyen sur le cylindre pour $\theta_c = 90^\circ$ . — $\widetilde{C}_D, \dots \widetilde{C}_D^v$ et — — — $\widetilde{C}_D^p$ .	271
E.24	Comparaison de l'évolution temporelle de la traînée dans le cas non contrôlé (traits discontinus) et dans le cas contrôlé $\theta_c = 90^\circ$ (traits pleins).	271
E.25	Comparaison de l'évolution temporelle de la portance dans le cas non contrôlé (traits discontinus) et dans le cas contrôlé $\theta_c = 90^\circ$ (traits pleins).	271
E.26	Spectres de puissance des coefficients aérodynamiques dans le cas contrôlé avec $\theta_c = 90^\circ$ . Traits pleins: traînée, traits discontinus: portance.	272
E.27	Courbe polaire: coefficient de traînée en fonction du coefficient de portance dans le cas contrôlé $\theta_c = 90^\circ$ .	272
E.28	Iso-contours de vorticités $\omega_z$ et isobares pour l'écoulement contrôlé avec $\theta_c = 90^\circ$ à $t = 150$ .	272
E.29	Répartition du coefficient de traînée moyen sur le cylindre pour $\theta_c = 120^\circ$ . — $\widetilde{C}_D, \dots \widetilde{C}_D^v$ et — — — $\widetilde{C}_D^p$ .	273
E.30	Comparaison de l'évolution temporelle de la traînée dans le cas non contrôlé (traits discontinus) et dans le cas contrôlé $\theta_c = 120^\circ$ (traits pleins).	273
E.31	Comparaison de l'évolution temporelle de la portance dans le cas non contrôlé (traits discontinus) et dans le cas contrôlé $\theta_c = 120^\circ$ (traits pleins).	273
E.32	Spectres de puissance des coefficients aérodynamiques dans le cas contrôlé avec $\theta_c = 120^\circ$ . Traits pleins: traînée, traits discontinus: portance.	274
E.33	Courbe polaire: coefficient de traînée en fonction du coefficient de portance dans le cas contrôlé $\theta_c = 120^\circ$ .	274
E.34	Iso-contours de vorticités $\omega_z$ et isobares pour l'écoulement contrôlé avec $\theta_c = 120^\circ$ à $t = 150$ .	274
E.35	Répartition du coefficient de traînée moyen sur le cylindre pour $\theta_c = 150^\circ$ . — $\widetilde{C}_D, \dots \widetilde{C}_D^v$ et — — — $\widetilde{C}_D^p$ .	275
E.36	Comparaison de l'évolution temporelle de la traînée dans le cas non contrôlé (traits discontinus) et dans le cas contrôlé $\theta_c = 150^\circ$ (traits pleins).	275
E.37	Comparaison de l'évolution temporelle de la portance dans le cas non contrôlé (traits discontinus) et dans le cas contrôlé $\theta_c = 150^\circ$ (traits pleins).	275
E.38	Spectres de puissance des coefficients aérodynamiques dans le cas contrôlé avec $\theta_c = 150^\circ$ . Traits pleins: traînée, traits discontinus: portance.	276
E.39	Courbe polaire: coefficient de traînée en fonction du coefficient de portance dans le cas contrôlé $\theta_c = 150^\circ$ .	276
E.40	Iso-contours de vorticités $\omega_z$ et isobares pour l'écoulement contrôlé avec $\theta_c = 150^\circ$ à $t = 150$ .	276
E.41	Répartition du coefficient de traînée moyen sur le cylindre pour $\theta_c = 180^\circ$ . — $\widetilde{C}_D, \dots \widetilde{C}_D^v$ et — — — $\widetilde{C}_D^p$ .	277
E.42	Comparaison de l'évolution temporelle de la traînée dans le cas non contrôlé (traits discontinus) et dans le cas contrôlé $\theta_c = 180^\circ$ (traits pleins).	277
E.43	Comparaison de l'évolution temporelle de la portance dans le cas non contrôlé (traits discontinus) et dans le cas contrôlé $\theta_c = 180^\circ$ (traits pleins).	277
E.44	Spectres de puissance des coefficients aérodynamiques dans le cas contrôlé avec $\theta_c = 180^\circ$ . Traits pleins: traînée, traits discontinus: portance.	278
E.45	Courbe polaire: coefficient de traînée en fonction du coefficient de portance dans le cas contrôlé $\theta_c = 180^\circ$ .	278
E.46	Iso-contours de vorticités $\omega_z$ et isobares pour l'écoulement contrôlé avec $\theta_c = 180^\circ$ à $t = 150$ .	278
E.47	Evolution du coefficient de traînée total —, du coefficient de traînée de pression — — — et du coefficient de traînée visqueux $\dots$ en fonction de l'angle $\theta_c$ définissant le contrôle.	279



# Liste des tableaux

1.1	Valeurs en fonction du pas d'espace $\Delta x$ de l'erreur maximale et de l'erreur absolue moyenne commise dans la résolution numérique. Cas du tourbillon de Green Taylor. . . . .	17
1.2	Valeurs en fonction du pas de temps $\Delta t$ de l'erreur maximale et de l'erreur absolue moyenne commise dans la résolution numérique. Cas du tourbillon de Green Taylor. . . . .	18
1.3	Paramètres numériques utilisés pour tester les conditions aux limites de type non-réfléctif dans le cas d'un écoulement de couche de mélange. . . . .	22
1.4	Comparaison de quelques valeurs caractéristiques de l'écoulement autour d'un cylindre circulaire en régime stationnaire pour $Re = 20$ et $Re = 40$ . . . . .	31
1.5	Comparaison du nombre de Strouhal et du coefficient de traînée pour l'écoulement autour d'un cylindre circulaire à $Re = 100$ . . . . .	32
1.6	Comparaison du nombre de Strouhal et du coefficient de traînée moyen pour l'écoulement autour d'un cylindre circulaire à $Re = 200$ . . . . .	34
1.7	Comparaison du nombre de Strouhal et du coefficient de traînée moyen pour l'écoulement autour d'un cylindre circulaire à $Re = 1000$ . . . . .	35
3.1	Classification des méthodes de réduction de modèles d'après Antoulas et Sorensen (2001). . .	89
4.1	Comparaison de l'efficacité des méthodes de résolution numérique pour le système POD ROM. . . . .	111
4.2	Paramètres critiques associés à la première bifurcation de Hopf pour l'écoulement autour d'un cylindre stationnaire. . . . .	128
4.3	Paramètres critiques associés à la seconde bifurcation de Hopf pour l'écoulement autour d'un cylindre stationnaire. . . . .	130
6.1	Descriptif des aspects physiques et dynamiques des modes présents dans la décomposition sur la base POD, augmentée des modes de non-équilibre. . . . .	160
6.2	Evolution des valeurs des paramètres de contrôle et de la fonction objectif au cours du processus adaptatif POD. . . . .	171
6.3	Processus d'optimisation par méthode adaptative contrainte. Evolution en fonction des itérés des valeurs des paramètres de contrôle, des fonctionnelles objectif $\mathcal{J}$ et modèle $\tilde{\mathcal{J}}$ . Paramètres de contrôle initiaux: $A = 1,0$ et $St = 0,2$ . . . . .	172
6.4	Processus d'optimisation par méthode adaptative contrainte. Evolution en fonction des itérés des valeurs des paramètres de contrôle, des fonctionnelles objectif $\mathcal{J}$ et modèle $\tilde{\mathcal{J}}$ . Paramètres de contrôle initiaux: $A = 1,0$ et $St = 1,0$ . . . . .	175
6.5	Processus d'optimisation par méthode adaptative contrainte. Evolution en fonction des itérés des valeurs des paramètres de contrôle, des fonctionnelles objectif $\mathcal{J}$ et modèle $\tilde{\mathcal{J}}$ . Paramètres de contrôle initiaux: $A = 6,0$ et $St = 0,2$ . . . . .	177
6.6	Processus d'optimisation par méthode adaptative contrainte. Evolution en fonction des itérés des valeurs des paramètres de contrôle, des fonctionnelles objectif $\mathcal{J}$ et modèle $\tilde{\mathcal{J}}$ . Paramètres de contrôle initiaux: $A = 6,0$ et $St = 1,0$ . . . . .	178
7.1	Processus d'optimisation par régions de confiance et modèles réduits POD. Evolution en fonction des itérés des valeurs des paramètres de contrôle, des fonctionnelles objectif $f_k$ et modèle $m_k$ , de $\rho_k$ et du rayon $\Delta_k$ de la région. Paramètres de contrôle initiaux: $A = 1,0$ et $St = 0,2$ . . . . .	195
7.2	Evolution en fonction des itérés des valeurs des paramètres de contrôle, des fonctionnelles objectif $f_k$ et modèle $m_k$ , de $\rho_k$ et du rayon $\Delta_k$ de la région. Paramètres de contrôle initiaux: $A = 1,0$ et $St = 1,0$ . . . . .	196

7.3	Evolution en fonction des itérés des valeurs des paramètres de contrôle, des fonctionnelles objectif $f_k$ et modèle $m_k$ , de $\rho_k$ et du rayon $\Delta_k$ de la région. Paramètres de contrôle initiaux : $A = 6,0$ et $St = 0,2$ . . . . .	198
7.4	Evolution en fonction des itérés des valeurs des paramètres de contrôle, des fonctionnelles objectif $f_k$ et modèle $m_k$ , de $\rho_k$ et du rayon $\Delta_k$ de la région. Paramètres de contrôle initiaux : $A = 6,0$ et $St = 1,0$ . . . . .	199
E.1	Evolution du coefficient de traînée total, du coefficient de traînée de pression et du coefficient de traînée visqueux en fonction de l'angle $\theta_c$ définissant le contrôle. . . . .	279