TP Statistique n°1
Intervalle de fluctuation pour la loi binomiale et tableur

On va voir comment déterminer à l'aide d'un tableur un intervalle de fluctuation pour une loi binomiale (programme de 1ère). Ils seront toujours de niveau 0.95.
On utilisera pour cela la fonction **LOI BINOMIALE**.
Lancer libreoffice en mode tableur (Libre Office Calc).
Aller dans la liste des fonctions, chercher la fonction **LOI BINOMIALE** et consulter l'aide :
LOI BINOMIALE(k ;n ;p ;1) fournit $P(S \leq k)$ où S suit une loi binomiale de paramètres (n, p).
On va maintenant utiliser le tableur pour résoudre les exercices suivants :

Exercice 1
Dans le but d'effectuer une étude scientifique, on souhaite construire un échantillon "représentatif" de la population d'une commune au vu des critères pertinents pour l'étude. Pour cela, 460 personnes de la commune ont été sélectionnées de manière aléatoire à partir d'une liste d'habitants fournis par la mairie ; un enquêteur s'est déplacé pour disposer d'un certain nombre d'informations en vue de savoir si l'échantillon est représentatif.
Les critères qui vont être utilisés pour savoir si l'échantillon est représentatif sont le sexe des personnes et leur âge.
Dans la population totale de la commune on sait qu'il y a 46% d'hommes et 20% de personnes âgées de plus de 60 ans.
Dans les 460 personnes sélectionnées, il y a 200 hommes, et 108 personnes âgées de plus de 60 ans.

(1) Quelle est la loi suivie par le nombre de femmes F dans un échantillon aléatoire de 460 personnes de la commune ?
Remplir alors dans un tableur le tableau suivant (utiliser la fonction **LOI.BINOMIALE** ;)

k	$P(F \leq k)$
0	
1	
2	
3	
4	
...	...
458	
459	
460	

(2) Déterminer un intervalle de fluctuation de niveau 0.95 pour la proportion de femmes dans un échantillon aléatoire de 460 personnes de la commune.

(3) La valeur observée est-elle dans cet intervalle ?

(4) Déterminer un intervalle de fluctuation pour la proportion de personnes âgées de plus de 60 ans dans un échantillon aléatoire de 460 personnes de la commune.

(5) La valeur observée est-elle dans cet intervalle ?

(6) L'échantillon est-il "représentatif" ?

Exercice 2 Une usine doit fabriquer des tubes à essai sophistiqués, qui doivent résister à de fortes températures. Un ingénieur pense que le fait que certains tubes ne soient pas assez résistants est

simplement dû au fait que le verre est trop fin, ce qui est le cas de 10% de l'ensemble des tubes fabriqués par l'usine.
On prend un échantillon de 60 tubes (que l'on peut considérer comme choisies uniformément et avec remise dans la production totale), et on compte parmi ces 60 tubes 12 tubes qui ne résistent pas à la température.

(1) Si l'ingénieur a raison, quelle est la loi suivie par le nombre N des tubes qui ne résistent pas à la température dans un échantillon aléatoire de 60 tubes ? Remplir alors dans un tableur le tableau suivant :

k	$P(N \leq k)$
0	
1	
2	
3	
4	
$\cdots$	$\cdots$
58	
59	
60	

(2) Si l'ingénieur a raison, donner un intervalle de fluctuation I_1 au seuil 0.95 pour la proportion des tubes qui ne résistent pas à la température dans un échantillon aléatoire de 60 tubes.

(3) Si la proportion observée de tubes non résistants n'appartient pas à I_1, on aura de bonnes raisons de mettre en doute l'affirmation de l'ingénieur. Quelle est votre conclusion au vu des résultats observés ?

(4) Une autre ingénieure pense que la présence d'impuretés dans le verre est également source de mauvaise résistance. Selon elle, la proportion de tubes non résistants dans la production de l'usine doit être de 21%.

  (a) Quelle est alors, si cette ingénieure a raison, la loi suivie par le nombre N de ces tubes qui ne résistent pas à la température dans un échantillon aléatoire de 60 tubes ? Déterminer à l'aide du tableur un intervalle de fluctuation I_2 pour la proportion des tubes non résistants.

  (b) Au vu des observations, a-t-on de bonnes raisons de mettre en doute la théorie de cette ingénieure ?

(5) Si le premier ingénieur avait raison, quelle est la probabilité qu'un échantillon aléatoire de 60 tubes se trouve dans I_2 et pas dans I_1 ? (ce qui aurait amené une erreur dans la décision)

(6) Inversement, si la deuxième ingénieure a raison, quelle est la probabilité qu'un échantillon aléatoire de 60 tubes se trouve dans I_1 et pas dans I_2 ?

(7) (Question subsidiaire) I_1 et I_2 sont-ils disjoints ? Combien aurait-il fallu observer de tubes pour que I_1 et I_2 soient disjoints ? (faire varier n de 50 en 50 puis procéder par dichotomie ; ne pas chercher une valeur exacte de n, cela vous prendra trop de temps).