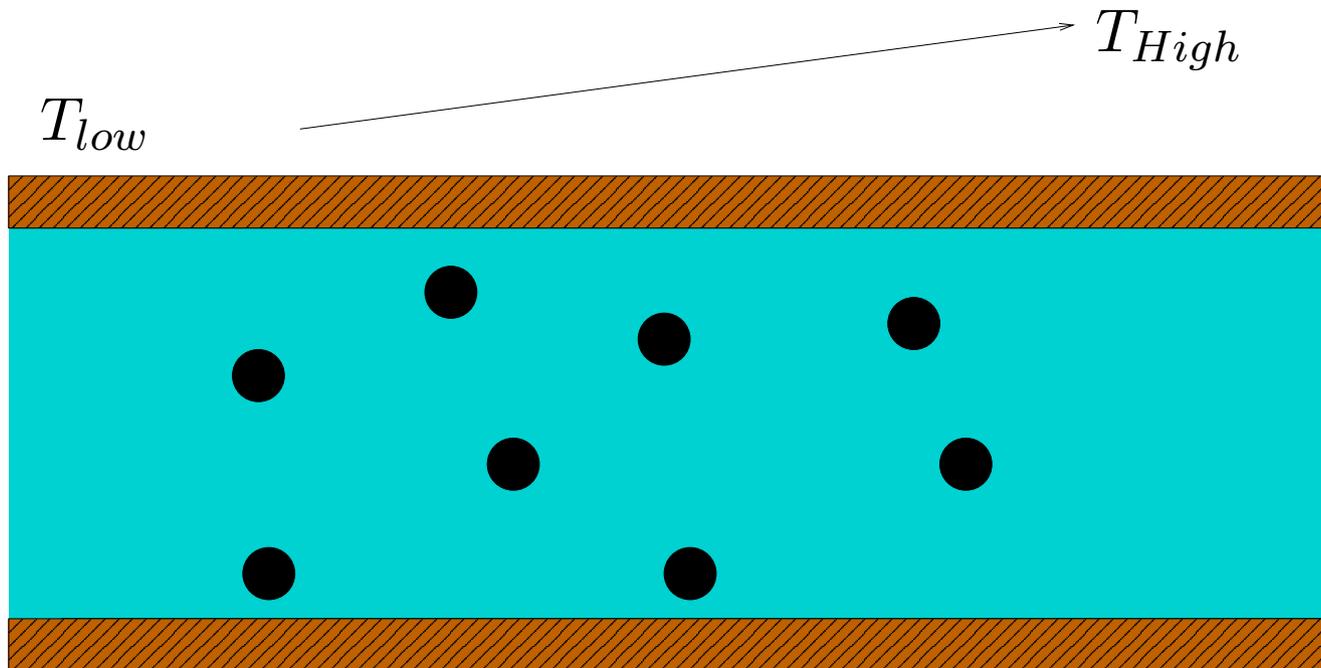

Modélisation et calcul numérique en micro-fluidique

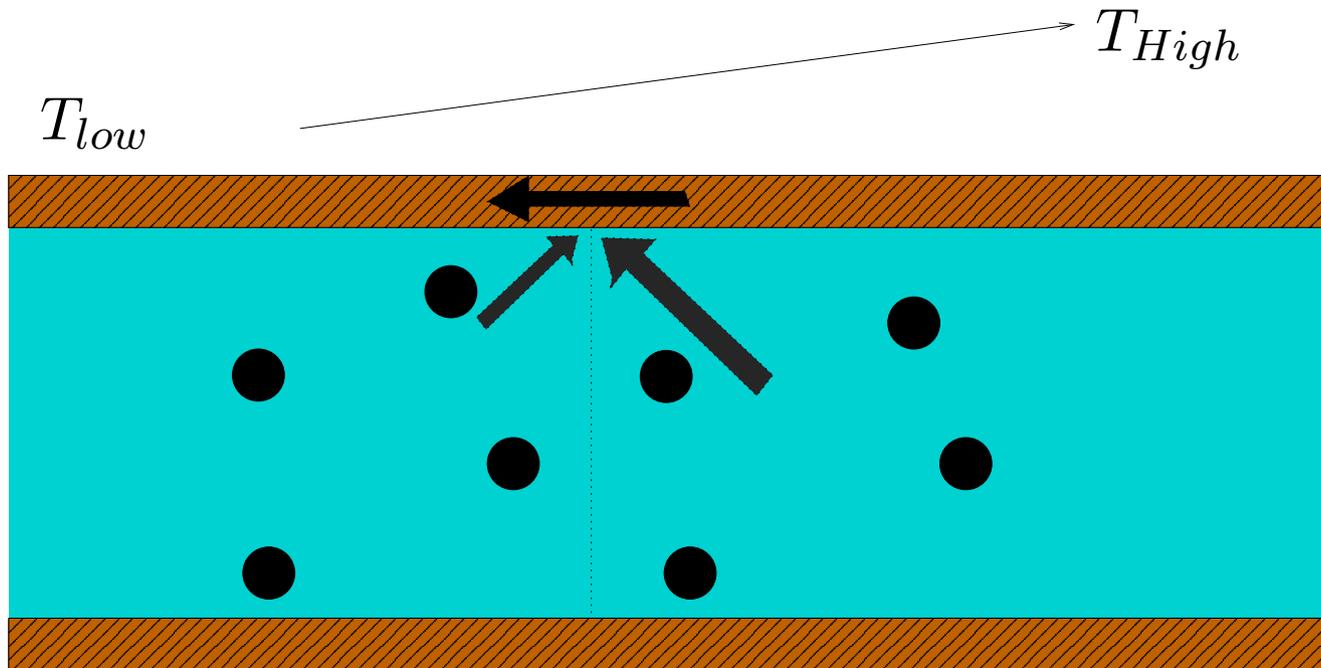
[Aoki-Degond-LM (soumis 07)],

[Aoki-Degond-LM-Takata-Yoshida (MMS 07)]

➡ gradient de température sur la paroi

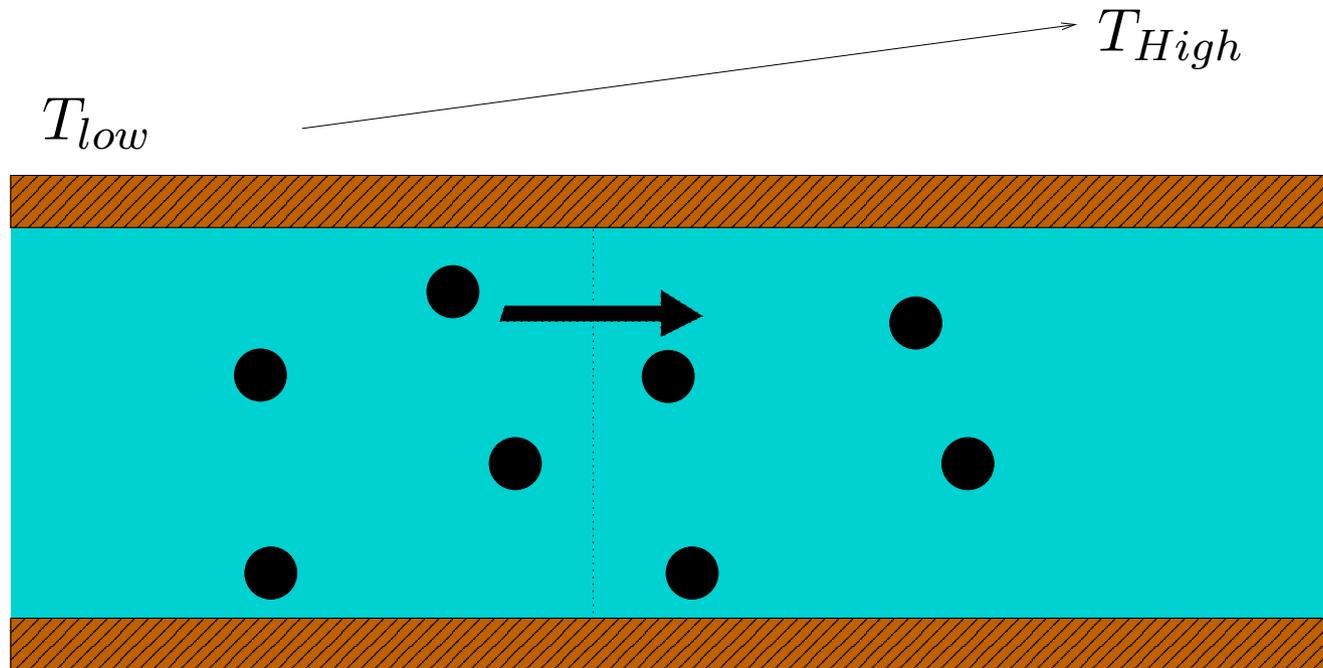


- sur la paroi : les particules venant de la droite sont plus énergétiques que celles venant de la gauche



- le gaz transmet à la paroi une impulsion de la gauche vers la droite

- la paroi est fixe : par réaction, déplacement du gaz de gauche à droite



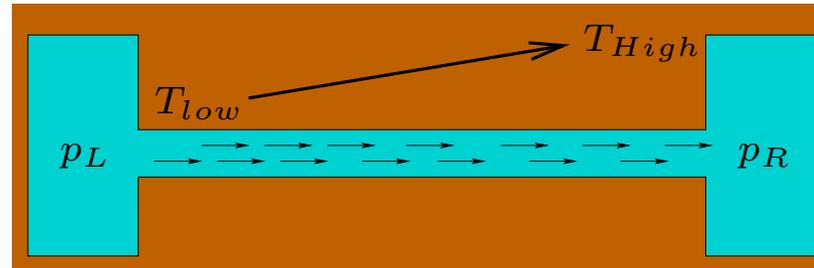
- c'est le glissement thermique

- ▶ le glissement thermique disparaît si $\frac{\lambda}{D} \rightarrow 0$ (régime fluide)
- ▶ connu comme la “transpiration thermique” depuis Reynolds (1888), Maxwell (1889), Knudsen (1910)
- ▶ Sone (1966): mise en évidence analytique (théorie asymptotique)

- ▶ application naturelle :
créer un écoulement et un effet de pompage sans partie mécanique mobile
- ▶ conditions physiques : régime raréfié

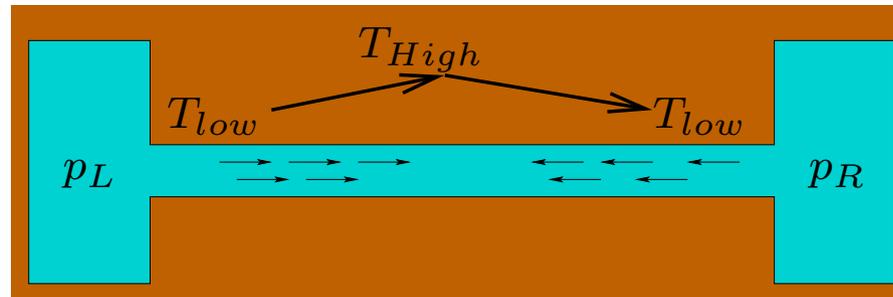
$$\text{Kn} = \frac{\text{libre parcours moyen}}{\text{longueur caractéristique}} \quad \text{pas trop grand}$$

- ▶ pression faible
- ▶ ou système miniaturisé
(Micro-Electro-Mechanical-Systems (MEMS))

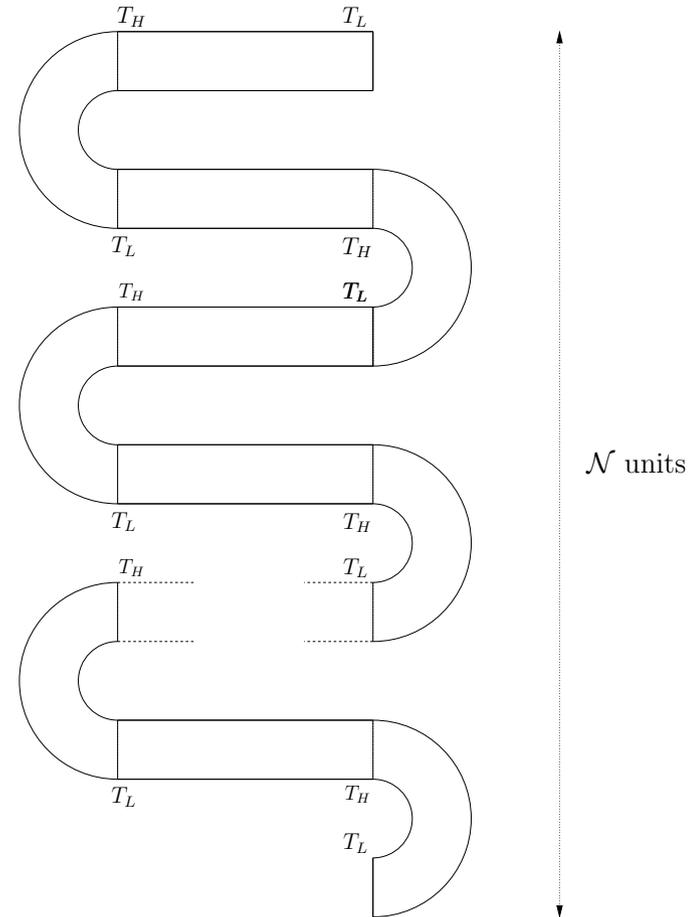
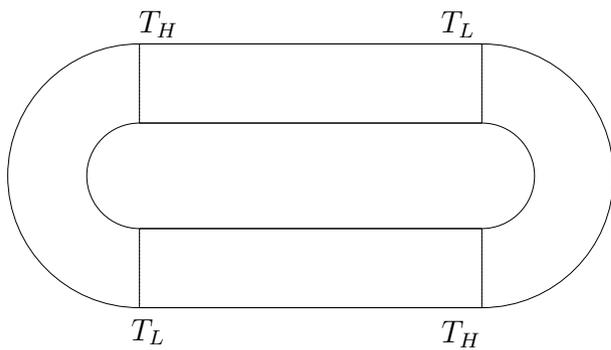
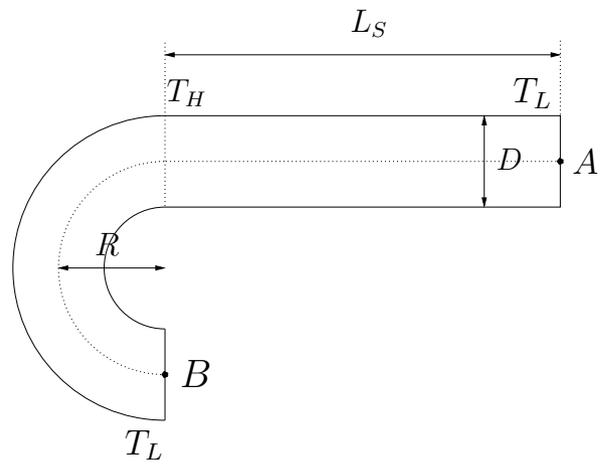


- glissement thermique \Rightarrow écoulement, et différence de pression obtenue ($p_R > p_L$)
- problème :
 - effet très faible : vitesse u petite
 - u dépend du gradient de température
 - fort gradient de température : technologiquement impossible

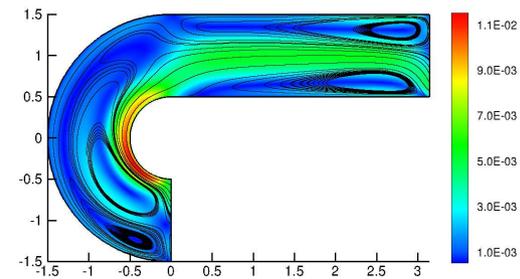
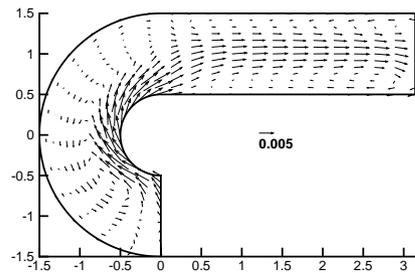
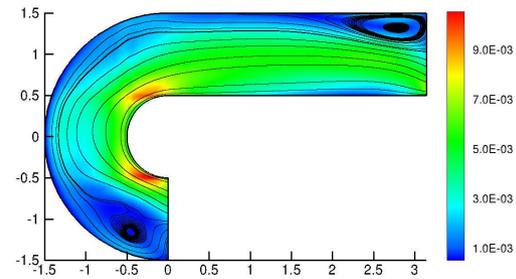
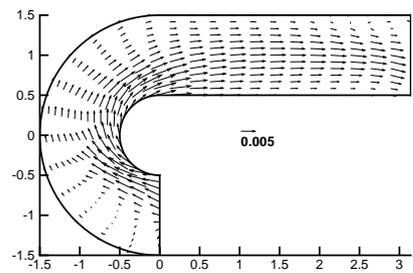
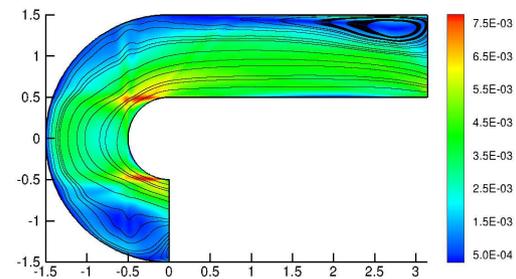
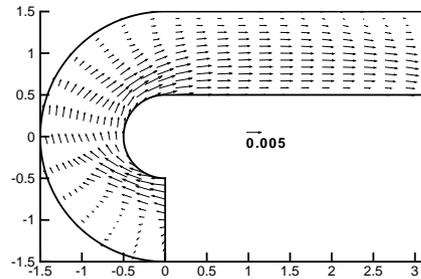
- idée : maintenir les deux réservoirs à la même température
- température de paroi croissante puis décroissante

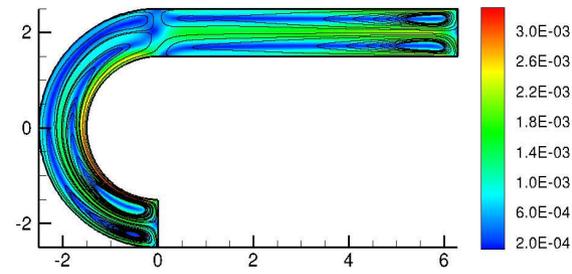
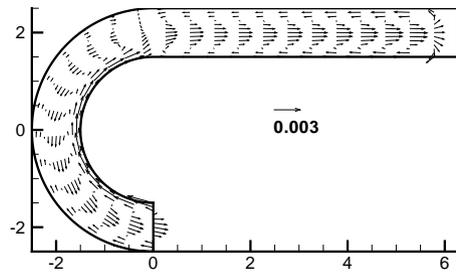
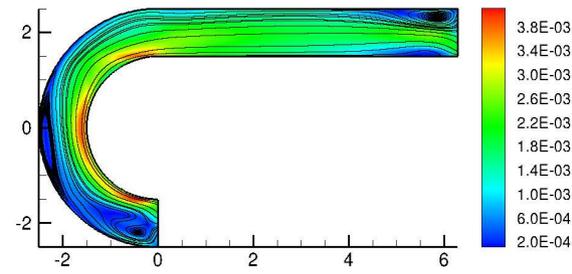
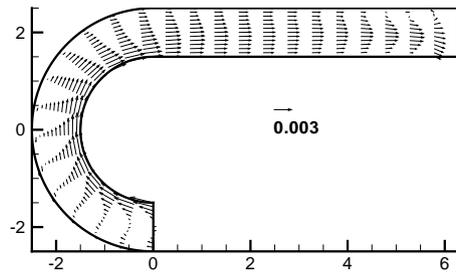
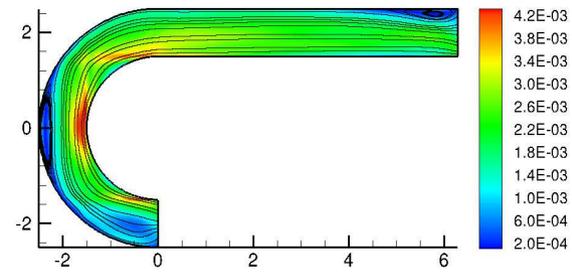
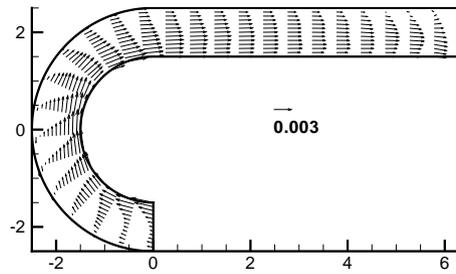


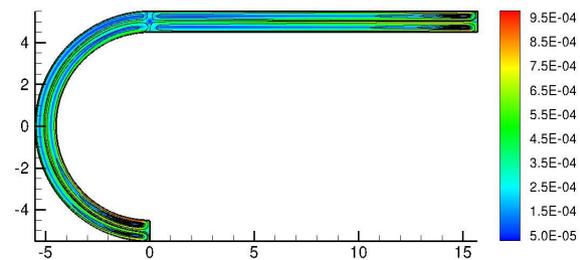
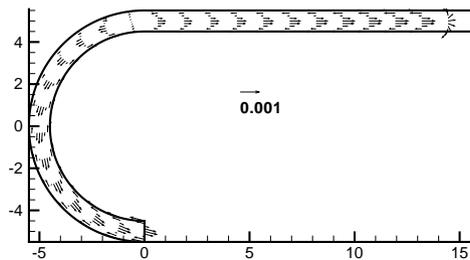
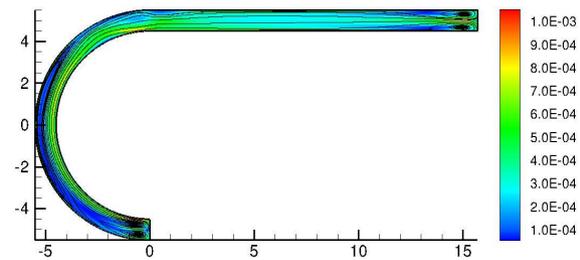
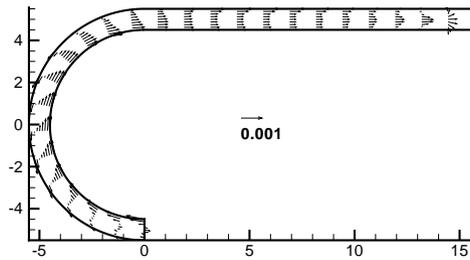
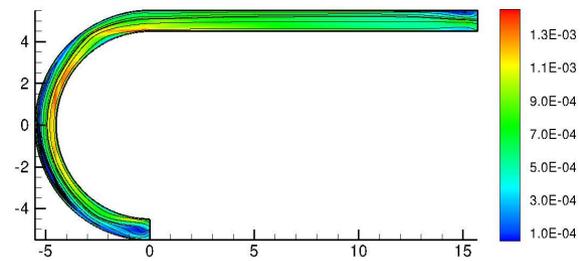
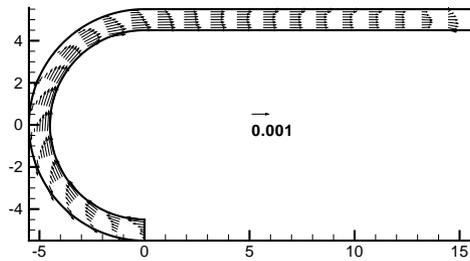
- deux glissements thermiques opposés
- pas de différence de pression
- différents moyens pour obtenir une différence de pression
([Sone-Waniguchi-Aoki (96)])



- ▶▶▶▶ simulations stationnaires 2D : DSMC très coûteux (écoulement lent)
- ▶▶▶▶ code cinétique BGK [LM, 00], modifié : réduction de variables, implicitation des CL [Aoki-Degond-LM (JCP 07)]
- ▶▶▶▶ programmation parallèle (Open-MP)
- ▶▶▶▶ calculs “intensifs” (400×100 mailles en x , 40×40 en v)

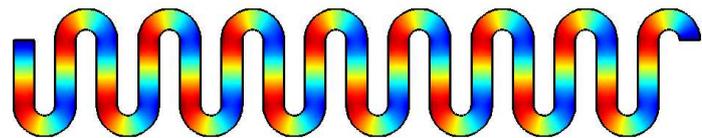




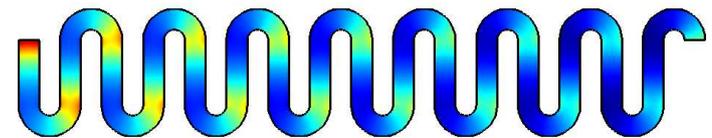


Pompe à 16 unités :

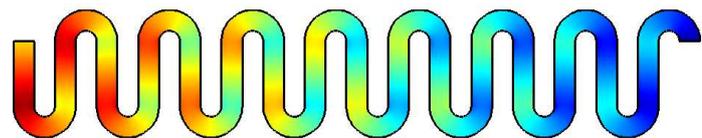
Température



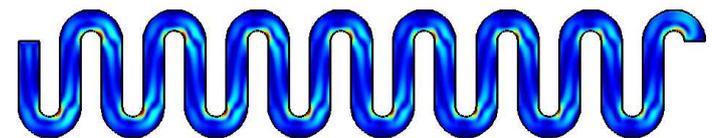
Densité



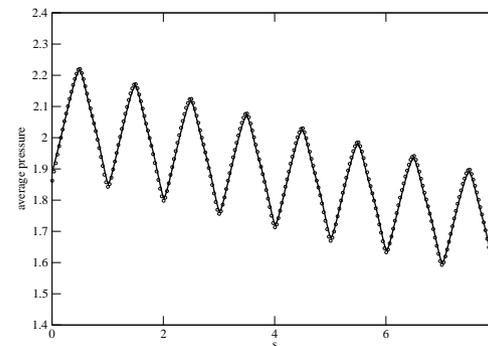
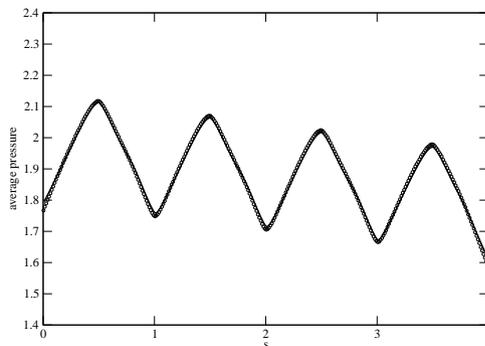
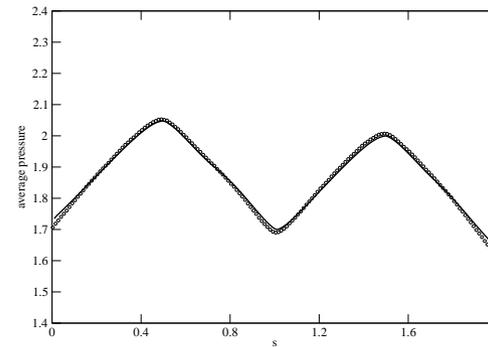
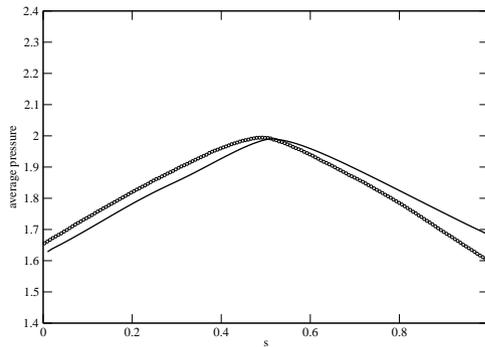
Pression



Vitesse (norme)



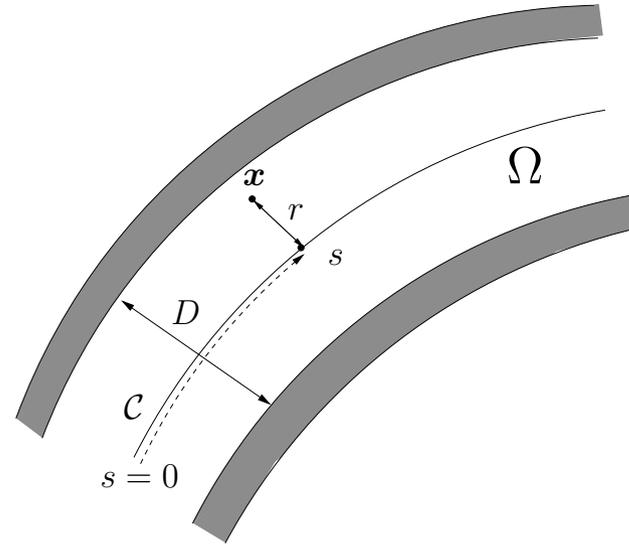
Pression moyenne (pompe à 1, 2, 4, 8 unités) :
comparaison BGK/DSMC



[Aoki-Degond-LM-Takata-Yoshida (MMS 07)]

équation BGK :

$$\partial_t F + v \cdot \nabla_x F = Q(F),$$



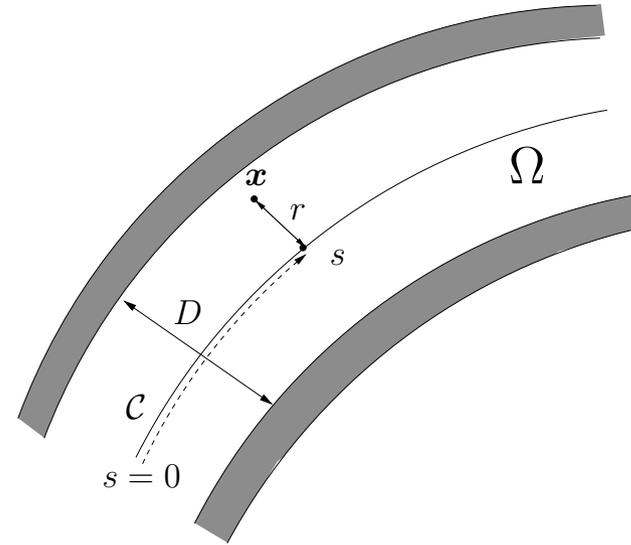
Coordonnées locales :

$$\begin{aligned} \partial_t f + (1 - \kappa r)^{-1} v_s \partial_s f + v_r \partial_r f + \kappa(1 - \kappa r)^{-1} v_r v_s \partial_{v_s} f \\ - \kappa(1 - \kappa r)^{-1} v_s^2 \partial_{v_r} f = A_c \rho (M[\rho, \mathbf{u}, 2RT] - f). \end{aligned}$$

[Aoki-Degond-LM-Takata-Yoshida (MMS 07)]

équation BGK :

$$\partial_t F + v \cdot \nabla_x F = Q(F),$$



Coordonnées locales :

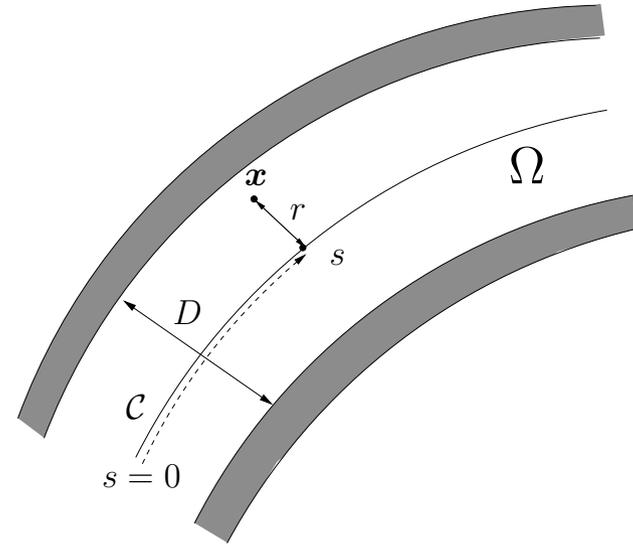
$$\begin{aligned} \partial_t f + (1 - \kappa r)^{-1} v_s \partial_s f + v_r \partial_r f + \kappa(1 - \kappa r)^{-1} v_r v_s \partial_{v_s} f \\ - \kappa(1 - \kappa r)^{-1} v_s^2 \partial_{v_r} f = A_c \rho (M[\rho, \mathbf{u}, 2RT] - f). \end{aligned}$$

changement d'échelle : $\epsilon = \frac{D}{L_s} \ll 1$, $t' = \epsilon^2 t$ et $s' = \epsilon s$

[Aoki-Degond-LM-Takata-Yoshida (MMS 07)]

équation BGK :

$$\partial_t F + v \cdot \nabla_x F = Q(F),$$



Coordonnées locales :

$$\begin{aligned} \epsilon^2 \partial_t f + \epsilon(1 - \kappa r)^{-1} v_s \partial_s f + v_r \partial_r f + \kappa(1 - \kappa r)^{-1} v_r v_s \partial_{v_s} f \\ - \kappa(1 - \kappa r)^{-1} v_s^2 \partial_{v_r} f = \frac{1}{K_0} \rho(M[\rho, \mathbf{u}, T] - f) \end{aligned}$$

changement d'échelle : $\epsilon = \frac{D}{L_s} \ll 1$, $t' = \epsilon^2 t$ et $s' = \epsilon s$

conservation de la densité moyenne :

$$\partial_t \varrho + \partial_s j = 0,$$

où

$$\varrho(s, t) = \int_{-1/2}^{1/2} \int_{\mathbb{R}^3} f(1 - \kappa r) d\mathbf{v} dr \quad \text{et} \quad j(s, t) = \frac{1}{\epsilon} \int_{-1/2}^{1/2} \int_{\mathbb{R}^3} v_s f d\mathbf{v} dr$$

limite $\epsilon \rightarrow 0$: modèle macroscopique 1D en s .

Théorème (formel)

(i) $\varrho \rightarrow \rho_0$, solution de

$$\partial_t \rho_{(0)} + \partial_s j_{(0)} = 0,$$

$$j_{(0)} = \sqrt{T_w} M_P \partial_s \rho_{(0)} + \frac{\rho_{(0)}}{\sqrt{T_w}} (M_P + M_T) \partial_s T_w,$$

(où M_P et M_T sont des fonctions non-linéaires de $\rho_{(0)}$)

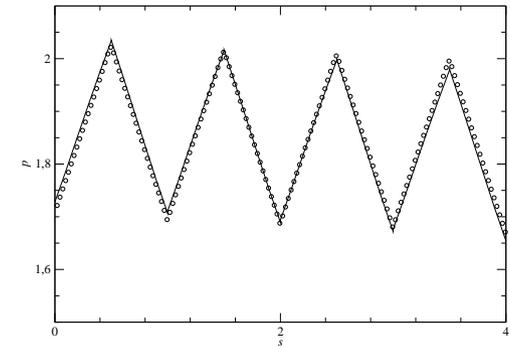
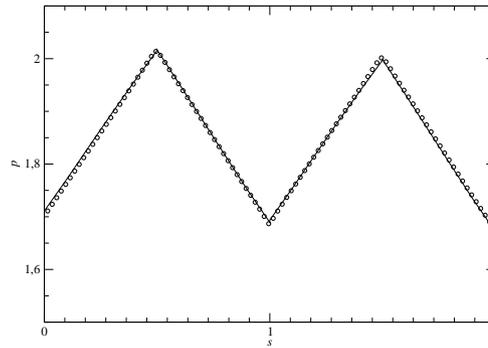
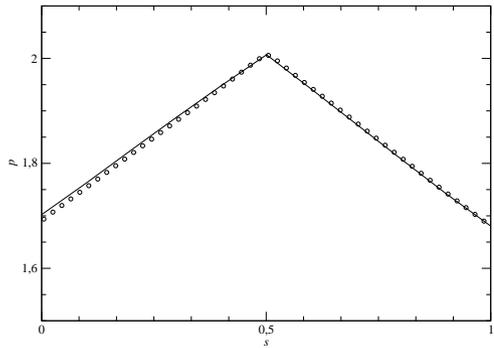
(ii) $M_P \leq 0$

(iii) $\varrho - \rho_{(0)} = O(\epsilon^2)$ et $j - j_{(0)} = O(\epsilon^2)$

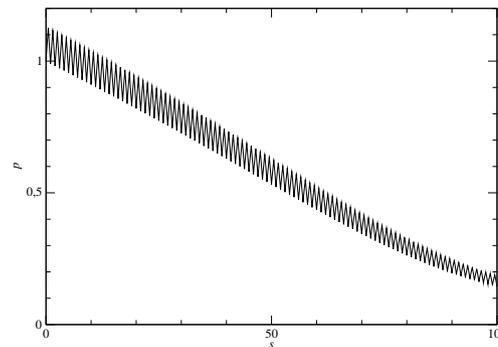
Calculs numériques :

- M_P et M_T donnés par la solution d'un problème cinétique auxiliaire, 1D en r , local en s
- ce problème dépend de 2 paramètres (Kn et ε)
- construction d'une base de donnée
- prise en compte de la discontinuité de la courbure (correcteur de couche limite)
- comparaison avec BGK 2D
- calcul de pompe à 100 unités

Comparaison avec BGK 2D :



Tube de 100 unités : gain de pression = facteur 6



simulation d'un compresseur de Knudsen tri-dimensionnel en forme de tube :

- *Construction du modèle de diffusion*
- *Calcul des coefficients de transport*