

Un aquarium dans mon ordinateur

Lisl Weynans

October 8, 2019

Le calcul scientifique

C'est quoi?

A quoi ça sert?

Calcul scientifique

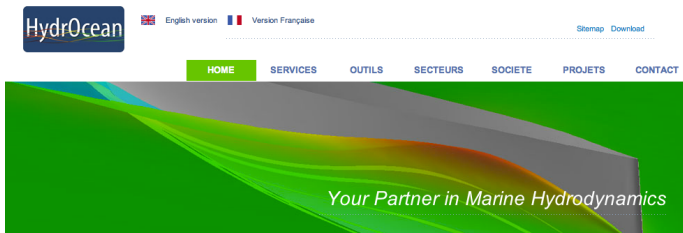
- C'est quoi?

Branche des mathématiques où on développe, étudie, programme sur ordinateur, des méthodes de résolution **approchée** de problèmes mathématiques modélisant des phénomènes physiques, biologiques, etc

- A quoi ça sert?

Faire des prédictions, remplacer des expériences coûteuses, difficiles ou impossibles à réaliser

Calcul scientifique: A quoi ça sert?



The image shows the top section of the HydrOcean website. On the left is the HydrOcean logo. To its right are two language selection buttons: 'English version' with a UK flag and 'Version Française' with a French flag. Further right are 'Sitemap' and 'Download' links. Below these is a horizontal navigation menu with buttons for 'HOME', 'SERVICES', 'OUTILS', 'SECTEURS', 'SOCIETE', 'PROJETS', and 'CONTACT'. The 'HOME' button is highlighted in green. Below the navigation is a large banner image with a colorful, abstract background of green and blue waves. The text 'Your Partner in Marine Hydrodynamics' is written in white across the bottom of the banner.

Simulation numérique en hydrodynamique navale et offshore

HydrOcean propose des **services d'aide à la conception dans le domaine maritime**, à l'aide d'**outils de simulation numérique innovants**, permettant de simuler avec **précision** et **rapidité** les phénomènes hydrodynamiques des plus simples aux plus complexes.

Les solutions que nous mettons en œuvre apportent à nos clients des **gains de temps dans les phases de conception**, une **réduction des coûts d'études**, une **amélioration des performances de leurs produits** et une **réduction des risques de conception**.

HydrOcean est spécialisée exclusivement sur quatre secteurs d'activité, afin de fournir à ses clients des compétences et une connaissance métier unique couplant simulation numérique et domaine maritime :



Nos services

Outils de simulation innovants

Nos chiffres clefs

5h : temps moyen d'un calcul Navier-Stokes nous permettant d'évaluer les performances d'une forme de carène.

5 j. : délai moyen de réalisation de nos études numériques

5 à 20 : facteur moyen de réduction des délais de nos études par rapport à des essais sur modèle

5 % : écart moyen maximum observé entre nos résultats de simulations et des essais de validation.

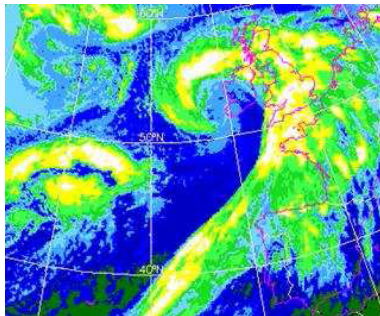
100 : nombre de formes de carènes évaluées en deux semaines grâce à nos outils d'optimisation automatique permettant la sélection des formes les plus performantes

10 à 20 % : gain de résistance moyen à l'issue de nos études d'optimisation de forme de carène

2000 : nombre de couples de calcul disponibles pour réaliser nos simulations

Exemple: Hydrocéan, société de simulations pour la construction navale

Météorologie

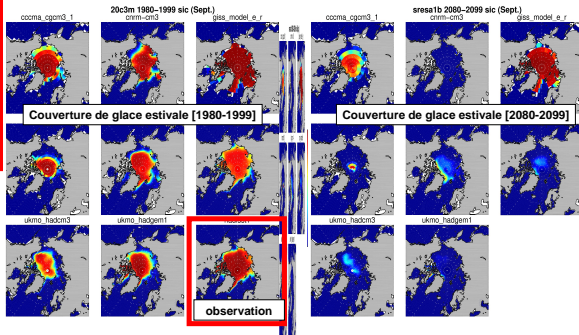


Provenance des images: site web de Météo France

Réchauffement climatique

4. Les scénarios pour le XXI^{ème} siècle

5. Plus de glace de mer au pôle Nord



Disparition de la glace de mer en été

Provenance de l'image: D. Swingedouw (EPOC)

La démarche d'étude

① Modélisation:

Elaborer un modèle mathématique qui représente le problème considéré

② Approximation:

Construire une méthode numérique pour calculer une solution approchée

③ Implantation algorithmique:

Programmer efficacement et sans bugs la méthode numérique

La démarche d'étude

En vrai, pour que ça serve vraiment:

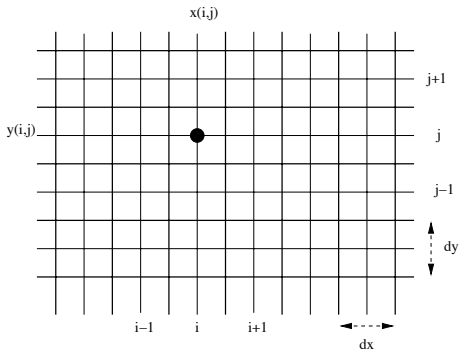
- ① Echanges avec physiciens, biologistes, médecins, etc
- ② Modélisation
- ③ Approximation
- ④ Implantation algorithmique
- ⑤ Validation du modèle mathématique en comparant les résultats à des expériences

Discrétisation pour la méthode numérique

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t}(t, x) + \frac{\partial u}{\partial x}(t, x) &= 0 \text{ sur } [0, 1] \\ u(0, x) &= u_0(x) \text{ sur } [0, 1] \\ u(t, 0) &= u(t, 1)\end{aligned}$$

On cherche une solution approchée sous forme discrète:

$u_{i,j}^n$ sur les points $x_i = i dx, y_j = j dy$ d'une grille, aux instants successifs $t^n = n dt$



Discretisation

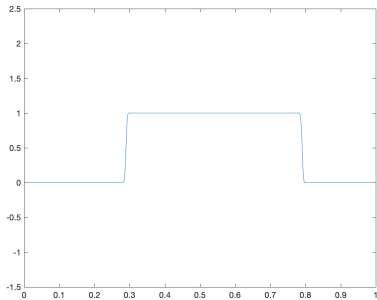
$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t}(t, x) + \frac{\partial u}{\partial x}(t, x) &= 0 \text{ sur } [0, 1] \\ u(0, x) &= u_0(x) \text{ sur } [0, 1] \\ u(t, 0) &= u(t, 1)\end{aligned}$$

- $$\underbrace{\frac{u(t^{n+1}, x_j) - u(t^n, x_j)}{dt}}_{\approx \frac{\partial u}{\partial t}} + \underbrace{\frac{u(t^n, x_{j+1}) - u(t^n, x_{j-1})}{2 dx}}_{\approx \frac{\partial u}{\partial x}} \approx 0$$
- $$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{dt} + \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2 dx} = 0$$

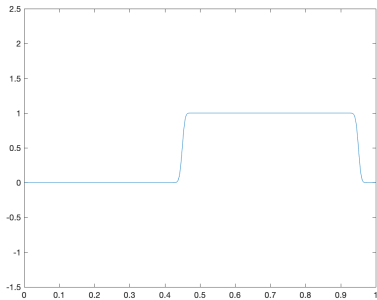
- Formule pour calculer u en chaque point, à chaque instant:

$$u_j^{n+1} = u_j^n - \frac{dt}{2 dx} (u_{j+1}^n - u_{j-1}^n)$$

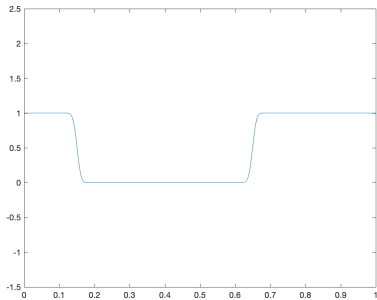
Transport 1D: précision



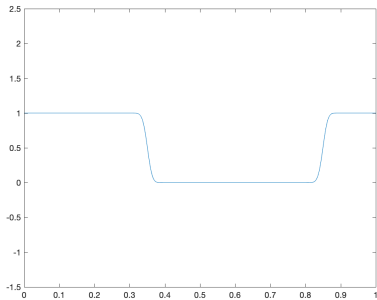
Transport 1D: précision



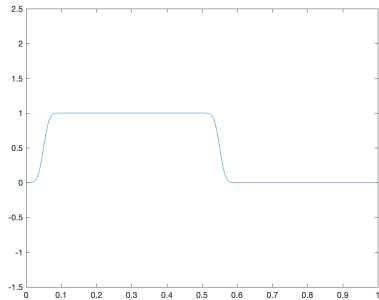
Transport 1D: précision



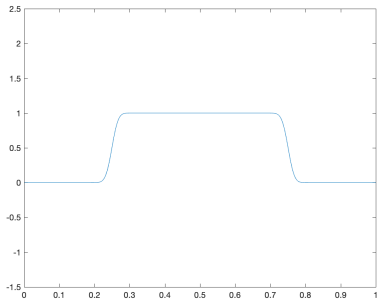
Transport 1D: précision



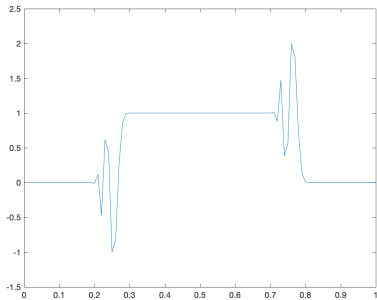
Transport 1D: précision



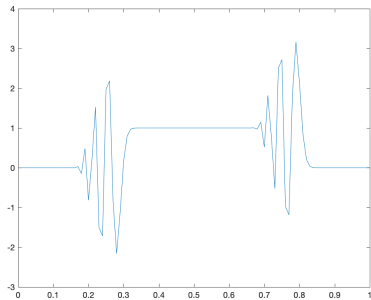
Transport 1D: précision



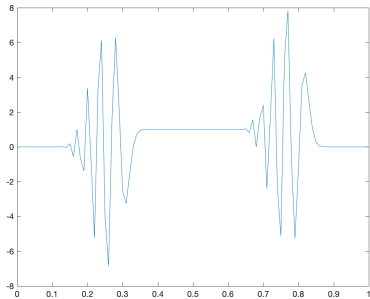
Transport 1D: stabilité



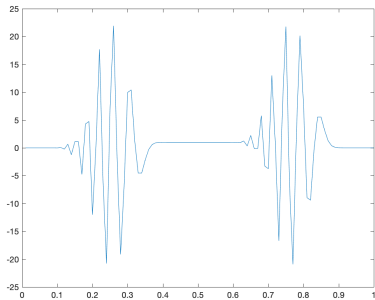
Transport 1D: stabilité



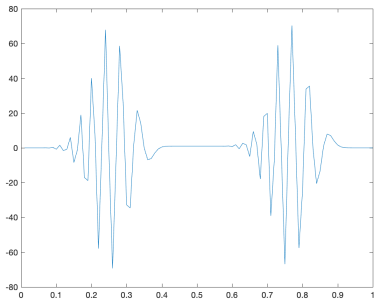
Transport 1D: stabilité



Transport 1D: stabilité



Transport 1D: stabilité

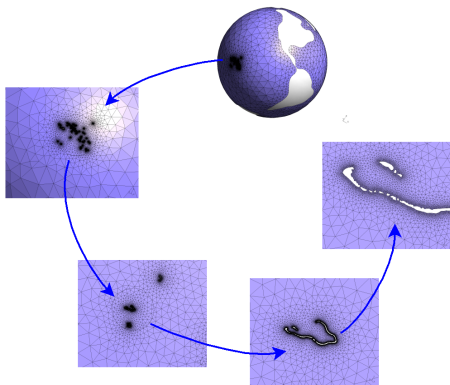


Discrétisation

Etude des propriétés de ces solutions approchées:

- Stabilité (pas d'oscillations parasites)
- Précision: vitesse de convergence vers la vraie solution quand le maillage devient très fin
- Conservation des propriétés de la vraie solution: symétrie, conservation de l'énergie...
- ...

Discrétisation: maillages



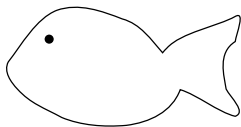
Mesh generated using Gmsh
<http://www.geuz.org/gmsh>

Provenance des images: Jean-François Remacle, UCL

Exemple: Nage de poissons



Exemple: Nage de poissons



Exemple: Nage de poissons

Modèle de Navier-Stokes incompressible (vitesse/pression)

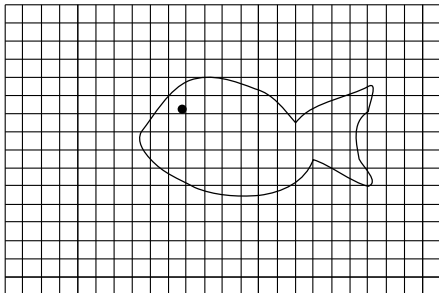
$$\underbrace{\frac{\partial u}{\partial t} + (u \cdot \nabla)u = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta u}_{\text{fluide}} + \underbrace{\lambda \sum_{i=1}^{N_s} \chi_i (u_i - u)}_{\text{solides}} \quad \text{dans } \Omega,$$

$$\nabla \cdot u = 0 \quad \text{dans } \Omega,$$

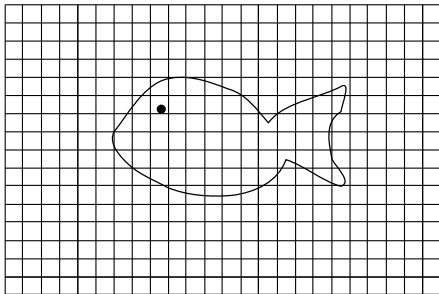
$$u = u_f \quad \text{sur } \partial\Omega$$

↔ Mêmes equations pour fluide et solides ($\chi_i = 1$ solide, $\chi_i = 0$ fluide)

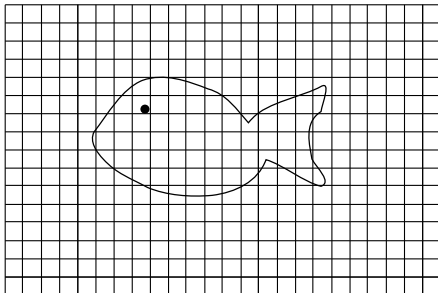
Exemple: Nage de poissons



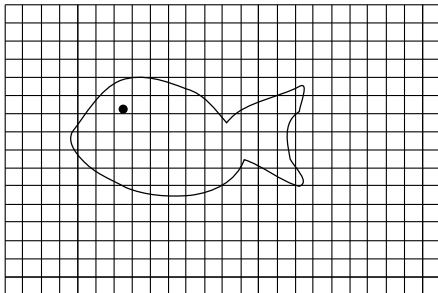
Exemple: Nage de poissons



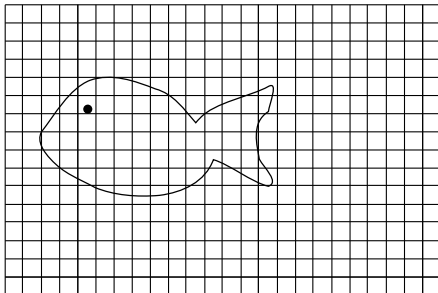
Exemple: Nage de poissons



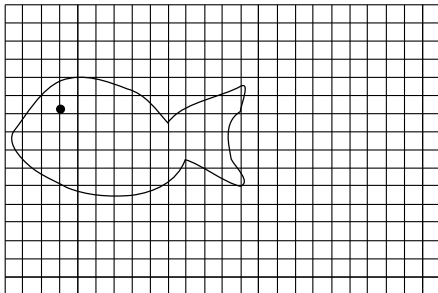
Exemple: Nage de poissons



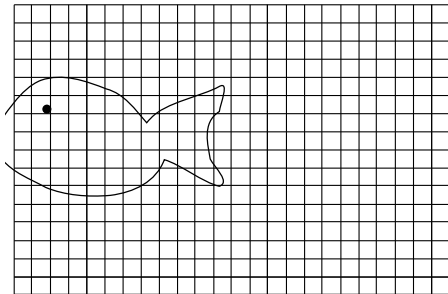
Exemple: Nage de poissons



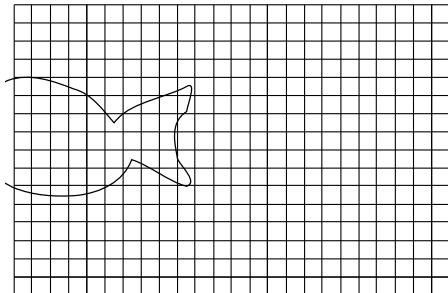
Exemple: Nage de poissons



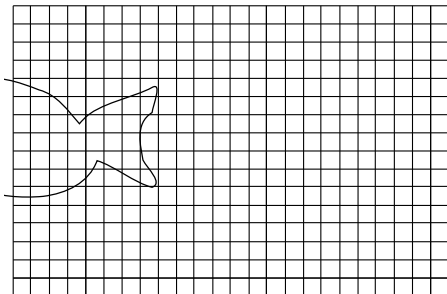
Exemple: Nage de poissons



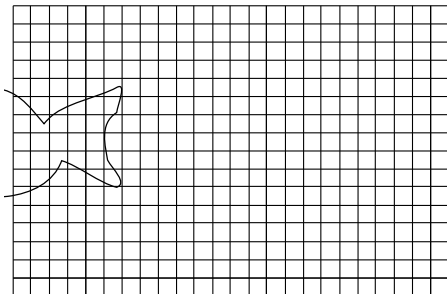
Exemple: Nage de poissons



Exemple: Nage de poissons



Exemple: Nage de poissons



Exemple: Nage de poissons

Etude de l'efficacité de la nage

Exemple: Nage de poissons

Il nous faut une forme de poisson réaliste!

Exemple: Nage de poissons

Modèle de poisson plus réaliste

Exemple: Nage de poissons

Course-poursuite

Exemple: Nage de poissons

Une méduse

Ca marche aussi avec des éoliennes

Des questions?