



Département de Formation  
Premier Cycle

Année 2003–2004 15 Janvier 2004  
SVTE SVT 101  
Mathématiques Durée : 1h30  
Ph. Thieullen

**Exercice 1.** On considère l'équation différentielle de second ordre en la fonction inconnue  $y(x)$  donnée par :

$$(E) \quad y''(x) + 4y(x) = 0.$$

- (1) Ecrire l'équation caractéristique et donner la solution générale de (E).
- (2) Trouver la solution  $y(x)$  de l'équation (E) qui vérifie de plus  $y(0) = y'(0) = 1$ .

**Exercice 2.** On considère une variable aléatoire continue de densité  $f$  donnée par :

$$f(x) = kx^2 \quad \text{pour } x \in [0, 1] \text{ et } f(x) = 0 \quad \text{partout ailleurs,}$$

où  $k$  est un facteur de normalisation.

- (1) Déterminer  $k$ .
- (2) Calculer la fonction de répartition  $F(x) = \mathbb{P}(X \leq x)$  pour tout  $x \in \mathbb{R}$ .  
Puis dessiner grossièrement le graphe de  $F$ .
- (3) Calculer  $\mathbb{E}(X)$ ,  $\text{Var}(X)$  et l'écart type de  $X$ .

**Exercice 3.** On constate à un carrefour très dangereux que 3% des conducteurs de moins de 25 ans et 2% des conducteurs de plus de 25 ans se trouvent à l'origine d'un accident. On sait par ailleurs qu'en moyenne sur tout le réseau routier, un conducteur sur cinq a moins de 25 ans. On notera  $A$  l'événement "accident" et  $B$  l'événement "conducteur de moins de 25 ans".

- (1) Calculer la probabilité qu'il y ait un accident.
- (2) On vient d'apprendre qu'un accident s'est produit à ce carrefour. Calculer la probabilité qu'il ait été commis par un conducteur de moins de 25 ans.

**Exercice 4.** Un composant électronique ne fonctionne que si sa tension est comprise entre 22 Volts et 26 Volts. Son alimentation est une v.a. qui suit

une loi normale de moyenne 24 Volts et d'écart type  $\alpha$  Volts où  $\alpha$  est un paramètre qu'on ajustera.

- (1) Dans cette question, on suppose que  $\alpha = 1,8$ .
  - (a) Calculer la probabilité que le composant fonctionne.
  - (b) On suppose que le composant est détruit définitivement si sa tension dépasse 29 Volts. Calculer alors la probabilité qu'il soit détruit.
- (2) Quelle valeur faudrait-il donner à  $\alpha$  pour que la probabilité que le composant fonctionne soit au moins 85% ?

**Exercice 5.** Un éditeur publie des livres pouvant contenir des pages erronées. On suppose que la probabilité qu'une page ait au moins une erreur est de 5%.

- (1) On appelle  $X$  le nombre de pages erronées dans un livre de 300 pages. Quelle est la loi que suit  $X$  ? Donner la formule  $\mathbb{P}(X = k)$  en fonction de  $k$ .
- (2) Calculer l'espérance et la variance de  $X$ .
- (3) On approche la loi de  $X$  par une loi normale dont on précisera les paramètres. L'éditeur rejette un livre s'il contient plus de 20 pages erronées. Combien de livres, sur 100 livres imprimés, l'éditeur rejette-t-il ?

**Barème indicatif :** 20 40 40 50 50 points sur 200