

# Algèbre 4

## MHT511

Mention	<b>Mathématiques</b> <b>parcours Mathématiques fondamentales</b>	Sem. 5	9 ECTS
---------	---	--------	--------

UFR de Mathématiques et Informatique

Département de Mathématiques Pures

Pré-requis : MHT411.

Enseignant référent : Qing Liu ([liu@math.u-bordeaux1.fr](mailto:liu@math.u-bordeaux1.fr)).

Objectifs : présenter les concepts algébriques fondamentaux ( polynômes, anneaux factoriels, extensions de corps).

	1	3	5	7	9	11	13
18 C (1h20)	X	X	X	X	X	X	
1 DS	X		X		X		
36 TD (1h20)		X	X	X	X	X	X
		X	X	X	X	X	X
				X		X	X
		X		X		X	X
3 DM			DM1		DM2	DM3	

## Programme

**1. Rappel sur les anneaux, idéaux, théorème de factorisation. Localisation dans un anneau intègre (2 cours)**

**2. Anneaux noethériens (2 cours)**

- Suites croissantes d'idéaux, existence de maximaux.
- Énoncé de l'axiome du choix et du lemme de Zorn, application à l'existence d'idéaux maximaux dans un anneau non-noethérien.
- Théorème de transfert de Hilbert.
- Théorème de Krull (dans le cas noethérien).

**3. Anneaux de polynômes à plusieurs variables (4 cours)**

- Définition et propriétés générales.
- Division euclidienne. Développement de Taylor.
- Polynômes symétriques, résultant, discriminant.

**4. Anneaux factoriels (5 cours)**

- Divisibilité, éléments irréductibles.
- Anneaux principaux (dont anneaux euclidiens), anneaux factoriels.
- Décomposition de fractions rationnelles en éléments simples.
- Transfert de factorialité.
- Critère d'Eisenstein d'irréductibilité.
- Applications : polynômes cyclotomiques sur  $\mathbf{Q}$  ; résolution d'équations diophantiennes; idéaux premiers de  $\mathbf{C}[X, Y]$ . Corps finis

**5. Extensions de corps (5 cours)**

- Rappel sur les espaces vectoriels.
- Nombres algébriques, extensions algébriques.
- Corps de rupture, corps de décomposition.
- Définition d'une clôture algébrique (existence admise).
- Corps finis (classification, Frobenius). Polynômes irréductibles, polynômes cyclotomiques.

### Modalités de contrôle des connaissances

Epreuves de la session 1	Durées	Coefficients
Examen	3h	0.7
Contrôle continu, note du DS	3h	0.3

Epreuves de la session 2	Durées	Coefficients
Examen	3h	1

